

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

Segundo Teste de Matemática II

Duração: 2 horas

23 de Maio de 2016

Responda às seguintes questões, apresentando todos os cálculos que tiver de efectuar.

1. (3.5 val) Para averiguar a existência de uma certa doença em palmeiras efectuaram-se dois testes. Designe-se por X e Y as v.a.s associadas aos resultados dos testes 1 e 2, respectivamente. Sabe-se que os testes dão resultado positivo (valor 1) ou negativo (valor 0) com as probabilidades indicadas na tabela seguinte:

$X \ Y$	0	1
0	$1/4 + a/2$	$1/8 + a/2$
1	$1/8$	$1/4$

- a) Determine a .
- b) Determine as distribuições de probabilidade marginal de X e Y .
- c) Qual a probabilidade do teste 1 dar positivo sabendo que o teste 2 deu positivo?
- d) Indique, justificando, se X e Y são variáveis aleatórias independentes.
- e) Calcule $E[X + Y]$.
2. (1.5 val) O número de crianças que entram, entre as 16h e as 17h, num parque infantil segue uma distribuição de Poisson de valor médio 8. Admita que as entradas no parque são independentes de dia para dia.

- a) Qual a probabilidade de, num dia escolhido ao acaso, haver menos de 5 entradas de crianças, entre as 16h e as 17h?
- b) Numa semana (7 dias) escolhida ao acaso, qual o número médio de crianças que entra no parque entre as 16h e as 17h?
- c) Considere a v.a. T que representa o tempo, em horas, que decorre entre duas entradas, de crianças, consecutivas no parque. Sabe-se que a v.a. T tem distribuição de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ 8e^{-8x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Qual a probabilidade de o tempo entre duas entradas consecutivas de crianças no parque ser inferior a um quarto de hora?

3. (3.5 val) Admite-se que o comprimento dos anelídeos oligoqueto (vulgo minhocas) segue uma distribuição normal de valor médio 12 cm e desvio padrão 4 cm.

- a) Determine a probabilidade de o comprimento de uma minhoca, escolhida ao acaso,
i) ser maior do que 15 cm; ii) estar entre 10 cm e 13 cm.
- b) Recolheu-se uma amostra de 10 minhocas. Determine a probabilidade de:
i) a média dos comprimentos ser maior do que 13 cm.
ii) haver pelo menos 6 minhocas, na amostra, com comprimento maior do que 15 cm.

4. (1.5 val) Pretende-se estudar o peso de um certo tipo de peixes que existe num lago artificial. Recolheu-se uma amostra de 30 peixes daquele tipo tendo-se obtido um peso médio de 200g e um desvio padrão de 30g.

- a) Determine uma estimativa para a média e para a variância do peso (g) da população de peixes, daquele tipo, existentes no lago.
- b) Considere os valores obtidos na alínea anterior como parâmetros da população. Determine a probabilidade, aproximada, de o peso total de uma amostra aleatória de dimensão 30 ser superior a 6.2kg.