

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA¹

1ª chamada de Matemática 1 - 16 de Janeiro 2020 - Duração 2h

JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

1. Considere a função $f(x) = xe^{-x^2}$. [7v]

- Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Indique, caso existam, as assíntotas ao gráfico de f .
- Estude a monotonia de f e determine os extremos relativos de f .
- Será que a recta $y = 1$ intersecta o gráfico de f ?
- Indique a primitiva de f que em $x = 0$ assume o valor 1.
- Sejam F e G duas primitivas de f em \mathbb{R} . Justifique que as rectas tangentes aos gráficos de F e G em $x = a$, $a \in \mathbb{R}$, são paralelas.

2. Considere a função $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{1+x^2} & x > 1. \end{cases}$ [3v]

- Calcule $\int_0^2 f(x) dx$.
- Indique uma expressão para $\int_0^x f(t) dt$, $x \in \mathbb{R}_o^+$, em que não figure o símbolo do integral.

3. Represente graficamente a região [2v]

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \sin x \leq y \leq -x^2 + 4\}$$

e calcule a sua área.

4. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = [v_1 \ v_2 \ v_3]$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

e o vector $u = (1, 1, 1)$.

- Calcule AB^T . [8v]
- Determine A^{-1} .
- Considere o vector $b \in \mathbb{R}^3$ e o sistema $Ax = b$. Sabendo que u é solução de $Ax = b$,
 - determine b
 - será que existe um vector $w \neq u$ tal que w é solução de $Ax = b$?
- Indique os vectores ortogonais a v_1 e v_2 com norma $\sqrt{5}$.
- Calcule a distância do vector u ao plano que passa em $(0,0,0)$ e contém os vectores v_1 e v_2 .

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.