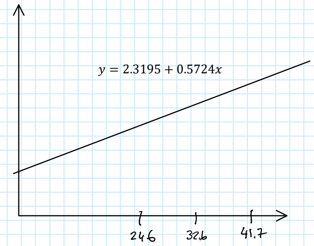
Ex-1-42-pereiras-exame-2016

4 de outubro de 2020 16:42

1.42. (*Exame 25.01.2016*) Num estudo realizado em pereiras, determinou-se colorimetricamente o teor de clorofila, x, em 12 folhas e obtiveram-se os seguintes resultados (1 unidade=10 mg/m^2):

min	1º Quartil	2º Quartil	3º Quartil	max	$\bar{x}$	s_x^2
24.6	27.825	35.150	38.500	41.7	33.96	37.6481



c) O teor de azoto foliar (em g/kg de peso seco) relaciona-se linearmente com o teor de clorofila medido colorimetricamente segundo a seguinte equação de recta de regressão dos mínimos quadrados $y = 2.3195 + 0.5224x$, em que x é o teor de clorofila medido colorimetricamente e y o teor de azoto foliar.

i) Sabendo que 96% da variabilidade de y é explicada pela regressão, determine o coeficiente de correlação entre x e y. Interprete-o.

ii) Qual o resíduo associado ao par (32.6, 18.1)?

iii) Determine a média e a variância do teor de azoto foliar.

iv) Suponha que se decide expressar o teor de azoto foliar em g/100 g de peso seco. Considerando esta unidade determine:

A. o coeficiente de correlação entre o teor de clorofila e o teor de azoto foliar;

B. o declive da recta de regressão.

1 kg = 1000 g

$$y\,\frac{g}{kg} = y\,\frac{g}{1000g} = y\,\frac{g}{10\times 100g} = y\,\frac{1}{10}\,\frac{g}{100g} = y'\,\frac{g}{100g}$$

CONCLUSÃO

$$y' = \frac{1}{10}y = 0.1\,y$$

DADOS x_i é o TEOR DE CLOROFILA (cg/m^2) NA i-ÉSIMA FOLHA
y_i é o " " AZOTO FOLIAR (g/kg) " " "
$i = 1, \dots, n = 12$

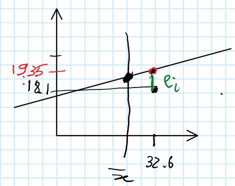
$\{(x_1, y_1), \dots, (x_{12}, y_{12})\}$

RECTA DE REGRESSÃO $y = 2.3195 + 0.5224x$

$R^2 = 0.96$ O SINAL DE r_{xy} É O MESMO QUE O SINAL DE b_1

i) $r_{xy} = +\sqrt{0.96} = 0.979$, DADO QUE A CORRELAÇÃO É POSITIVA.

COMO O VALOR É MUITO PRÓXIMO DE 1, AS OBSERVAÇÕES DEVERÃO SITUAR-SE JUNTO A UMA RECTA.



$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i \qquad \hat{y}_i - \bar{y} = b_1(x_i - \bar{x})$$
$$y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i$$

$\Rightarrow \boxed{e_i = y_i - \hat{y}_i}$

ii) $(x_i, y_i) = (\underbrace{32.6}_{x_i}, \underbrace{18.1}_{y_i})$

y_i: VALOR OBSERVADO

VALOR AJUSTADO

$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i = 2.3195 + 0.5224 \times 32.6 = 19.35$ g/kg

$e_i = y_i - \hat{y}_i = 18.1 - 19.35 = -1.25$ g/kg

e_i: resíduo associado à i-ésima observação

iii) COMO $\bar{y} = b_0 + b_1\bar{x}$, ENTÃO $\bar{y} = 2.3195 + 0.5224 \times 33.96 = 20.05$ g/kg

$s_y^2 = ?$ CONHECE-SE s_x^2, r_{xy}, b_1

COMO $b_1 = r\,\frac{s_y}{s_x}$ ENTÃO $s_y = \frac{b_1\,s_x}{r} = \frac{0.5224 \times \sqrt{37.6481}}{0.979} = 3.276$ g/kg

$s_y^2 = 3.276^2$ g^2/kg^2 $= 10.78$ g^2/kg^2

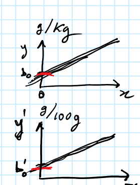
iv) $\boxed{y' = 0.1\,y}$ $\qquad y' = \overset{0}{c} + \overset{0.1}{d}\,y$

$$r_{xy'} = \frac{cov(x, y')}{s_x\,s_{y'}} \underset{C.A.}{=} \frac{\cancel{0.1}\,cov(x, y)}{s_x \cdot \cancel{0.1} \times s_y} = r_{xy}$$

C.A. $\begin{cases} cov(x, y') = cov(x, 0.1\,y) = 0.1\,cov(x, y) \\ s_{y'}^2 = s_{0.1\times y}^2 = s_y^2 = 0.01\,s_y^2 \end{cases}$

$$s_{y'} = \sqrt{s_{y'}^2} = \sqrt{0.01\,s_y^2} = 0.1 \times s_y$$

$$b_1' = \frac{cov(x, y')}{s_x^2} = 0.1\,\underbrace{\frac{cov(x, y)}{s_x^2}}_{b_1} = 0.1 \times b_1 = 0.1 \times 0.5224 = 0.05224 \text{ g/100g}$$



$$b_0' = \bar{y}' - b_1'\bar{x} = 0.1\,\bar{y} - 0.1\,b_1\bar{x} = 0.1\,(\underbrace{\bar{y} - b_1\bar{x}}_{b_0}) = 0.1\,b_0$$

c $\quad \overline{y'} = \overline{0.1 \times y} = \frac{\sum 0.1\,y_i}{n} = 0.1\,\frac{\sum y_i}{n} = 0.1\,\bar{y}$

EX RESOLVIDOS
- 1.28
- 1.37
- 1.43
- 1.44

EX RESOLVIDOS $\begin{cases} 1.28 \\ 1.37 \\ 1.43 \\ 1.44 \end{cases}$