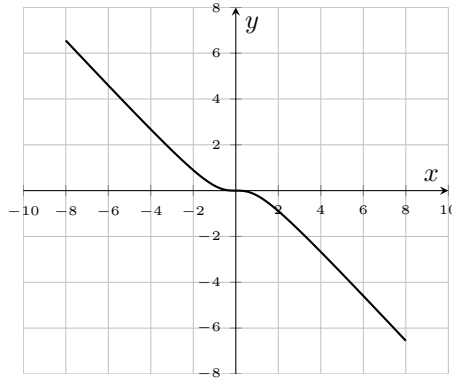


JUSTIFIQUE ANALITICAMENTE AS RESPOSTAS

Nome

1. Considere a função $f(x) = -x + \arctg x$ e o seguinte gráfico.

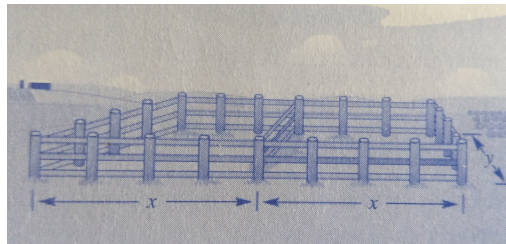
[6.5v]



$y = -x + \arctg x$

- (a) Verifique que $y = -x + \frac{\pi}{2}$ e $y = -x - \frac{\pi}{2}$ são assintotas do gráfico de f quando $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$, respectivamente.
 - (b) Estude f quanto à monotonia e extremos.
 - (c) Identifique duas rectas tangentes ao gráfico de f paralelas, caso existam, e escreva as suas equações.
 - (d) Estude f quanto à concavidade e pontos de inflexão.
 - (e) Determine o contradomínio de f .
 - (f) Verifique que f é invertível. Indique o valor de $f^{-1}(-1 + \frac{\pi}{4})$ em que f^{-1} é a função inversa de f .
 - (g) Mostre que $F(x) = -\frac{x^2}{2} + x \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$ é uma primitiva de f .
2. Um arquitecto paisagista tem 200 metros de cerca com os quais quer cercar duas hortas rectangulares adjacentes (ver figura). Que dimensões devem ter as hortas para que a área cercada seja máxima? Formule o problema (não o resolva).

[0.5v]

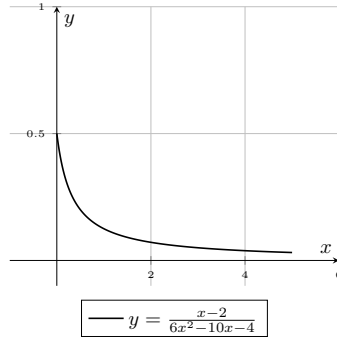


¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

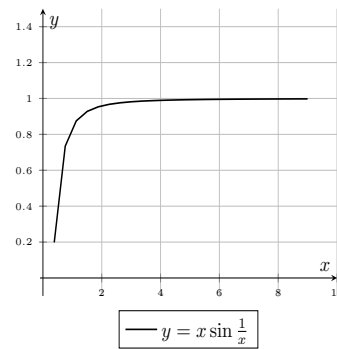
3. Calcule

[1.5v]

(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{6x^2 - 10x - 4}$



(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$



4. Calcule

[1.5v]

(a) $P \frac{1}{\sqrt{4+x}}$

(b) $P \frac{2e^x}{e^{2x} + 1}$.