

Ex. 2.66

23 de novembro de 2020 16:00

2.66. Uma empresa agro-química fabrica mensalmente 90 toneladas de um dado produto. Sabendo que a procura mensal deste produto é uma variável aleatória aproximadamente normal de parâmetros $\mu = 80$ t e $\sigma = 10$ t, calcule:

- a) A probabilidade de a procura mensal do produto se situar entre 68 e 90 toneladas;
- b) A probabilidade de haver num mês procura insatisfeita;
- c) A produção necessária para que a probabilidade de haver procura mensal insatisfeita seja 0,025.

X V.A. PROCURA MENSAL EM t (X VA CONTÍNUA)

$X \sim N(\mu = 80, \sigma = 10)$ $P(X = x) = 0$

a) $P(68 < X \leq 90) = F(90) - F(68)$

PROP: $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ PARA X DISC. OU CONT.

EM R: $pnorm(90, 80, 10) - pnorm(68, 80, 10)$

USANDO A TABELA DA DIST. NORMAL:

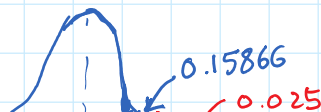
Corolário - muito importante
 Seja $X \sim N(\mu, \sigma)$, então a v.a. $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ tem distribuição normal reduzida, i.e., $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$.

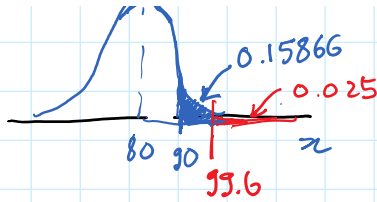
$F(90) = P(X \leq 90) = P\left(\frac{X - 80}{10} \leq \frac{90 - 80}{10}\right) = P(Z \leq 1) = \Phi(1) = 0.84134$
NOTAÇÃO ↓ TABELADO

$F(68) = P(X \leq 68) = P\left(\frac{X - 80}{10} \leq \frac{68 - 80}{10}\right) = P(Z \leq -1.2) = \Phi(-1.2) = 1 - \Phi(1.2) = 1 - 0.88493 = 0.11507$
↑ TABELADO

$P(68 < X < 90) = 0.84134 - 0.11507 = 0.72627$

b) $P(X > 90) = 1 - P(X \leq 90) = 1 - P\left(\frac{X - 80}{10} \leq \frac{90 - 80}{10}\right) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0.84134 = 0.15866$
QUEREMOS SEMPRE $P(X \leq x)$ PARA PODER USAR A TABELA
↑ PROCURA ↑ QTD DISPONÍVEL





c) DETERMINAR A PRODUÇÃO x TAL QUE

$$P(X > x) = 0.025$$

EM R: $qnorm(0.975, 80, 10)$

OU SEJA, $1 - P(X \leq x) = 0.025$, PORTANTO $P(X \leq x) = 0.975$

$$\text{ENTÃO } P\left(\frac{X - 80}{10} \leq \frac{x - 80}{10}\right) = 0.975, \text{ OU SEJA } \Phi\left(\frac{x - 80}{10}\right) = 0.975$$

$$\text{TABELA: } \Phi(1.96) = 0.975$$

$$\text{CONCLUSÃO: } \frac{x - 80}{10} = 1.96 \quad \text{E} \quad x = 99.6 \text{ t}$$

CÁLCULOS E CONSULTA DAS TABELAS

RESPOSTA: A PRODUÇÃO DEVERÁ SER 99.6 t.