Ex 3.22

5 de janeiro de 2021 15:00

3.22. (*Exame 26.01.2018*) Para analisar a qualidade de um determinado tipo de azeite virgem, proveniente de uma região, R1, foram seleccionadas aleatoriamente 20 garrafas e determinada a acidez do azeite de cada uma delas, expressa em concentração de ácido oleico (g/100g). Os dados obtidos foram introduzidos no R, apresentando-se de seguida alguns dos comandos e respectivos resultados.

```
> acidez<-c(0.635, 0.822, 0.833, ... , 0.862, 0.694, 0.665)

> mean(acidez)
[1] 0.76925

> var(acidez)
[1] 0.01504357

> shapiro.test(acidez)
  Shapiro-Wilk normality test
  data:  acidez
  W = 0.95549, p-value = 0.4581
```

a) De acordo com a legislação em vigor, o azeite virgem só pode ser classificado como Extra se tiver uma acidez média inferior a 0.8. Será que o azeite virgem analisado pode ter essa classificação? Justifique convenientemente a sua resposta.

b) Numa outra região, R2, analisou-se uma amostra de 20 garrafas de azeite virgem do mesmo tipo. Com os valores observados contruíu-se o seguinte intervalo de confiança a 95% para a diferença da acidez média do azeite virgem daquele tipo entre as regiões R1 e R2.

$$]-0.0357\,;0.0667[$$

Justificando convenientemente, responda às seguintes questões:

i) Que pressupostos foi necessário verificar para construir o intervalo de confiança dado?

ii) Determine o valor da acidez média observada na região R2.

iii) Compare a acidez média deste tipo de azeite nas duas regiões R1 e R2.

X v.a. ACIDEZ g/100g DE UMA GARRAFA

$\mu = E[X]$, VALOR ESPERADO DE X

a) QUESTÃO É SE SE PODE AFIRMAR QUE $\mu < 0.8$

TESTE PARA μ COM $n = 20$:

μ	σ desconhecido distribuição normal	$\mu = \mu_0$ $\mu \leq \mu_0$ $\mu \geq \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S_x/\sqrt{n}}$ c/ $(n-1)$g.l.	$T < -t_{\alpha/2}$ ou $T > t_{\alpha/2}$ $T > t_\alpha$ $T < -t_\alpha$

O PRESSUPOSTO É QUE $X \frown N(\mu, \sigma)$, O QUE PODE SER TESTADO ATRAVÉS DO TESTE DE NORMALIDADE:

```
> shapiro.test(acidez)
  Shapiro-Wilk normality test
  data:  acidez
  W = 0.95549, p-value = 0.4581
```

COMO $p\text{-VALUE} = 0.4581 > \alpha$ (ESCOLHENDO P.EX. $\alpha = 0.05$), ENTÃO NÃO SE REJEITA QUE $X \frown N(\mu, \sigma)$ E ADMITE-SE QUE X TEM DIST. NORMAL.

VAMOS ENTÃO REALIZAR O TESTE PARA μ:

Passos a seguir na construção de um **teste estatístico**:

1. Identificar o(s) parâmetro(s); especificar $\mathbf{H}_0$ **e** $\mathbf{H}_1$ e o nível de significância α.
2. Escolher uma variável aleatória – estatística de teste, que sob $\mathbf{H}_0$ terá distribuição conhecida (pelo menos aproximadamente).
3. Definir a **região de rejeição** ou **região crítica – RC** (conjunto de valores da estatística que são menos "plausíveis" caso $\mathbf{H}_0$ seja verdadeira, portanto levam a rejeitar $\mathbf{H}_0$).
4. Calcular **o valor** da estatística de teste, para a amostra observada.
5. **Se o valor calculado $\in$ RC $\longrightarrow$ rejeita-se $\mathbf{H}_0$**
   Se o valor calculado $\notin$ RC $\longrightarrow$ não se rejeita $\mathbf{H}_0$

1. $\alpha = 0.05$

$\underbrace{H_0 : \mu \geq 0.8}_{\text{TEM O BENEFÍCIO DA DÚVIDA}}$ vs $H_1 : \mu < 0.8$

2. SOB H_0,

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S_x/\sqrt{n}} \frown t_{(n-1)}$$

3. REGIÃO CRÍTICA:

$T < -t_\alpha$

COM $t_\alpha = t_{0.05\,(19)} = 1.729$

$\alpha = 0.05$

18	0.25712	0.68836	1.33039	1.73406	2.10092	2.55238	2.87844	3.61048
19	0.25692	0.68762	1.32773	$\boxed{1.72913}$	2.09302	2.53948	2.86093	3.57940
20	0.25674	0.68695	1.32534	1.72472	2.08596	2.52798	2.84534	3.55181

4. $T_{CALC} = \dfrac{0.76925 - 0.8}{\sqrt{0.015}/\sqrt{20}} = -1.12$

```
> mean(acidez)
[1] 0.76925

> var(acidez)
[1] 0.01504357
```

(0.76925-0.8)/sqrt(0.015/20)=-1.122831242885588

5. COMO $T_{CALC} = -1.12$ NÃO É INFERIOR A -1.729 (I.E. NÃO ESTÁ NA REGIÃO CRÍTICA), ENTÃO

NÃO SE REJEITA H_0 E, COM NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA $\alpha = 0.05$, ADMITE-SE QUE $\mu \geq 0.8$, E POR ISSO PODE SER QUESTIONÁVEL A CERTIFICAÇÃO.

b) Numa outra região, R2, analisou-se uma amostra de 20 garrafas de azeite virgem do mesmo tipo. Com os valores observados contruíu-se o seguinte intervalo de confiança a 95% para a diferença da acidez média do azeite virgem daquele tipo entre as regiões R1 e R2.

$$]-0.0357\,;\,0.0667[$$

Justificando convenientemente, responda às seguintes questões:

i) Que pressupostos foi necessário verificar para construir o intervalo de confiança dado?
ii) Determine o valor da acidez média observada na região R2.
iii) Compare a acidez média deste tipo de azeite nas duas regiões R1 e R2.

SEJA Y A ACIDEZ NA REGIÃO R_2.

b) i) I.C. PARA $\mu_1 - \mu_2$, COM $\mu_1 = E[X]$, $\mu_2 = E[Y]$, PARA $n=20$,

$\mu_1 - \mu_2$	amostras independentes, pop. normais e σ_1 e σ_2 desconhec. mas supostos iguais	$\overline{x}_1 - \overline{x}_2 - t_{\alpha/2;\,(n_1+n_2-2)}\, s_p \sqrt{(1/n_1)+(1/n_2)} < \mu_1 - \mu_2 <$ $< \overline{x}_1 - \overline{x}_2 + t_{\alpha/2;\,(n_1+n_2-2)}\, s_p \sqrt{(1/n_1)+(1/n_2)}$ $s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}$

OS PRESSUPOSTOS SÃO OS ACIMA: AMOSTRAS INDEPENDENTES PARA R1 E R2; $\sigma_1 = \sigma_2$.

ii) PEDE-SE $\overline{x}_2$. COMO $\overline{x}_1 - \overline{x}_2$ É IGUAL AO VALOR CENTRAL DO I.C., I.E.

$$\overline{x}_1 - \overline{x}_2 = \frac{-0.0357 + 0.0667}{2} = \frac{0.031}{2} = 0.0155$$

COMO $\overline{x}_1 = 0.76925$, ENTÃO $\overline{x}_2 = 0.76925 - 0.0155$
$= 0.75375$ g/100g

$]-0.0357\,;\,0.0667[$

iii) DADO QUE $0 \in]-0.0357 ; 0.0667[$ ENTÃO ADMITESE, COM 95% DE CONFIANÇA, QUE

$\mu_1 - \mu_2 = 0$, OU SEJA, $\mu_1 = \mu_2$.