Ex.3.17

6 de dezembro de 2020 19:53

3.17. Uma empresa de peixe congelado está a ser investigada com o objectivo de se verificar se cada embalagem pesa de facto 1 kg em média. Numa amostra aleatória de 100 embalagens de peixe registou-se o peso (kg) de cada embalagem, x_i $(i = 1, \ldots, 100)$, tendo-se obtido os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = 95.9 \text{ kg} \qquad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 93.12 \text{ kg}^2$$

a) Indique uma estimativa para a média e para a variância do peso de uma embalagem de peixe.

b) O que pode dizer sobre o resultado da investigação? Justifique convenientemente, especificando as hipóteses que necessitou de considerar.

c) Determine, explicitando as hipóteses necessárias, um intervalo a 95% de confiança para a variância do peso de uma embalagem de peixe.

a) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{100} = \frac{95.9}{100} = 0.959$ Kg

$$s^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)} = \frac{100 \times 93.12 - (95.9)^2}{100 \times 99} = 0.0116 \text{ Kg}^2$$

(100*93.12-95.9^2)/(100*99)=0.0116

b) O que pode dizer sobre o resultado da investigação? Justifique convenientemente, especificando as hipóteses que necessitou de considerar.

HÁ 2 POSSIBILIDADES ALTERNATIVAS PARA RESPONDER À QUESTÃO:

A - CONSTRUIR UM INTERVALO DE CONFIANÇA PARA μ

B - TESTAR A HIPÓTESE $H_0: \mu = 1$

TESTE DE HIPÓTESE:

TESTES A MÉDIAS, VARIÂNCIAS E PROPORÇÕES

Parâmetros	Condições	H_0	H_1	Estatística	Região Crítica
μ	dist. normal e σ conhecido; ou n 'grande' (se σ desconhec. usar s-desvio padrão amostral)	$\mu = \mu_0$ $\mu \le \mu_0$ $\mu \ge \mu_0$	$\mu \ne \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z < -z_{\alpha/2}$ ou $Z > z_{\alpha/2}$ $Z > z_\alpha$ $Z < -z_\alpha$

$n = 100 \geq 30$

1. 2./4. 3.

ESCOLHENDO $\alpha = 0.05$

$H_0: \mu = 1$ vs $H_1: \mu \neq 1$

2. Sob H_0,

Passos a seguir na construção de um **teste estatístico**:

1. Identificar o(s) parâmetro(s); especificar H_0 e H_1 e o nível de significância α.
2. Escolher uma variável aleatória – estatística de teste, que sob H_0 terá distribuição conhecida (pelo menos aproximadamente).
3. Definir a **região de rejeição** ou **região crítica – RC** (conjunto de valores da estatística que são menos

sob $\mathbf{H}_0$ terá distribuição conhecida (pelo menos aproximadamente).

3. Definir a **região de rejeição** ou **região crítica – RC** (conjunto de valores da estatística que são menos “plausíveis” caso $\mathbf{H}_0$ seja verdadeira, portanto levam a rejeitar $\mathbf{H}_0$).
4. Calcular **o valor** da estatística de teste, para a amostra observada.
5. **Se o valor calculado $\in$ RC $\longrightarrow$ rejeita-se $\mathbf{H}_0$**
   Se o valor calculado $\notin$ RC $\longrightarrow$ não se rejeita $\mathbf{H}_0$

2. Sob H_0,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \frown N(0,1)$$

3. REGIÃO CRÍTICA

$$\boxed{Z < -z_{\alpha/2}} \text{ ou } Z > z_{\alpha/2} \quad , \quad z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$$

4.
$$z_{CALC} = \frac{\overset{\bar{x}}{0.959} - \overset{\mu_0}{1}}{\sqrt{\underset{s^2}{0.0116}}/\sqrt{100}} = -3.08$$

(0.959-1)/Sqrt(0.0116/100)=-3.806754432629556

5. COMO $z_{CALC} = -3.08 < -1.96$ ENTÃO z_{CALC} ESTÁ NA REGIÃO CRÍTICA E POR ISSO REJEITA-SE H_0 E CONCLUI-SE QUE O PESO MÉDIO DAS EMBALAGENS NÃO É 1 kg.

c) Determine, explicitando as hipóteses necessárias, um intervalo a 95% de confiança para a variância do peso de uma embalagem de peixe.

PRETENDE-SE CALCULAR UM INTERVALO A 95% DE CONFIANÇA PARA σ^2.

σ^2	distribuição normal	$\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2;\,(n-1)}} < \sigma^2 < \dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;\,(n-1)}}$

SUPONDO QUE $X \frown N(\mu, \sigma)$, O I.C. PARA σ^2 É:

$$\left] \frac{99 \times 0.0116}{\chi^2_{0.025;(99)}} \; ; \; \frac{99 \times 0.0116}{\chi^2_{0.975;(99)}} \right[$$

(TABELA χ^2). O IC A 95% PARA σ^2 É $\simeq \left] \dfrac{99 \times 0.0116}{129.56} , \dfrac{99 \times 0.0116}{74.222} \right[$

80	46.520	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	71.145	79.334	88.130	96.578	101.88	106.63	112.33	116.32	124.84
90	54.155	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	80.625	89.334	98.650	107.57	113.15	118.14	124.12	128.30	137.21
100	61.918	67.328	70.065	$\boxed{74.222}$	77.929	82.358	90.133	99.334	109.14	118.50	124.34	$\boxed{129.56}$	135.81	140.17	149.45
				0.975								0.025			