

1. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ e o vector

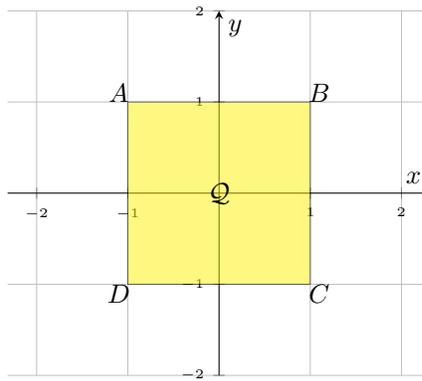
$$b = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

[3.5v]

- (a) Determine A^{-1} .
 (b) Resolva o sistema $Ax = b$.
 (c) Calcule $(\frac{1}{2}A)^{-1}AC$.

2. Seja $M = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$. Determine a figura resultante da transformação do quadrado Q pela matriz M .

[1.0v]



3. Considere a matriz A do tipo $n \times n$ e a matriz B do tipo $n \times m$. Mostre que se A é simétrica então $B^T A B$ também é simétrica.
4. Um agricultor dispõe de 500 hectares de terra, 1500 horas de trabalho familiar e 120000 euros de capital de investimento para cultivar milho, trigo e soja. O milho deve ocupar pelo menos 100 ha. A tabela seguinte apresenta, para cada cultura, a receita, o custo e os requisitos de mão-de-obra.

[0.5v]

Cultura	Receita (€/ha)	Custo (€/ha)	Mão de obra (horas/ha)
Milho	780	650	8
Trigo	770	500	7
Soja	720	550	8

O agricultor pretende determinar a área a destinar a cada cultura de forma a maximizar o lucro (receita - despesa) resultante da produção.

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

- (a) Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.
- (b) Verifique que a opção de cultivar 100 ha de milho e não cultivar trigo e soja é admissível.
- (c) Justifique que a opção anterior não é uma solução óptima do problema.

[2.5v]

5. Considere o seguinte modelo de programação linear

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 15x + 10y \quad (0) \\ \text{s.t.} \quad & x + \frac{3}{5}y \leq 300 \quad (1) \\ & x + y \leq 400 \quad (2) \\ & x \leq 200 \quad (3) \\ & x, y \geq 0. \quad (4) \end{aligned}$$

[2.5v]

- (a) Represente graficamente a região admissível.
- (b) Identifique graficamente o conjunto das soluções admissíveis com o valor da função objectivo igual a 1500.
- (c) Determine uma solução óptima e indique o correspondente valor da função objectivo.