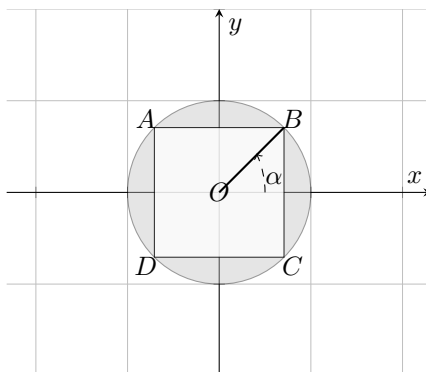


JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

1. A figura representa um canteiro circular com 6 m de raio. O canteiro tem uma zona rectangular, que se destina à plantação de flores, e uma zona relvada, assinalada a sombreado. O centro do rectângulo coincide com o centro da circunferência. Considere $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

[2.5v]



- (a) Calcule o perímetro da zona rectangular e a área da zona relvada.
 (b) Calcule a projecção ortogonal do vector \vec{OB} sobre o eixo dos yy .
2. Considere, em \mathbb{R}^3 , a recta r definida por $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ e o vector $b = (1, 0, 1)$.

[4.5v]

- (a) Interprete geometricamente cada uma das duas equações que definem r .
 (b) Mostre que b tem a direcção de r .
 (c) Escreva a equação de um plano perpendicular a r e determine a sua intersecção com r .

3. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, $a = [3 \quad -1 \quad 0]$ e $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

[5v]

- (a) Calcule $(A + ba)B^T$.
 (b) Calcule a distância entre a 1ª e a 3ª colunas de A .
 (c) Resolva o sistema $Ax = b$.
 (d) Será que A é invertível?

4. Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

[2v]

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

- (a) Determine, caso exista, A^{-1} .
- (b) Determine os vectores resultantes da transformação de $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, com $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, por A e A^{-1} .
- (c) Qual é a relação entre os vectores obtidos na alínea anterior e x ?
5. Seja A uma matriz quadrada de ordem 3 e v um vector de \mathbb{R}^3 tal que $Av = 2v$. Calcule $(A^2 - 7I)v$. [2v]

Responda ou à questão 6 ou à questão 7.

6. Uma família de agricultores cultiva milho e alface para venda. Os recursos que limitam a produção são a terra e a mão-de-obra, estando disponíveis 2 hectares de terra e 4500 horas de trabalho familiar. Um hectare de milho e um hectare de alface requerem, respetivamente, 2000 e 3000 horas de trabalho. A produção por hectare de cada cultura e o lucro obtido com a venda encontram-se na tabela abaixo. A família precisa de produzir, pelo menos, 5000 kg milho e 100 kg de alface. Pretende-se determinar a área a destinar a cada cultura de forma a maximizar o lucro da venda dos produtos.

| | Milho | Alface |
|----------|------------|-----------|
| Produção | 3600 kg/ha | 200 kg/ha |
| Lucro | 0.2 €/kg | 5 €/kg |

Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis de decisão. [4.0v]

7. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 4x + 2y & (0) \\ \text{s.a.} \quad & 2x + y \leq 10 & (1) \\ & x \leq 4 & (2) \\ & y \leq 8 & (3) \\ & x, y \geq 0. & (4) \end{aligned}$$

[4.0v]

- (a) Represente graficamente a região admissível.
- (b) Determine uma solução ótima e indique o correspondente valor da função objectivo.
- (c) Será que o problema tem soluções óptimas alternativas? Em caso afirmativo, assinale-as graficamente.