

# INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º Teste de Álgebra Linear

4 de janeiro de 2023 - Duração: 1h30

Guarde todos os equipamentos eletrônicos, incluindo telemóveis e calculadoras, na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente.  
O incumprimento das regras leva à **anulação da prova**.

Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas.

Número: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

---

[4v] 1. Considere  $U = \langle (1, 0, 2, 1), (1, 1, 1, 0), (1, 3, -1, -2) \rangle$  e  $b = (-1, 0, 1, 2)$ .

- Determine  $U^\perp$  e indique a sua dimensão.
- Determine uma base ortogonal para  $U$ .
- Calcule  $\text{proj}_U(b)$ .
- Mostre que  $\text{proj}_U(b + u) = \text{proj}_U(b) + u$  para todo o  $u \in U$ .

[3.5v] 2. Considere  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -1 & \alpha & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} = [u_1 \ u_2 \ u_3]$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- Determine o(s) valor(es) de  $\alpha \in \mathbb{R}$  para os quais o paralelepípedo definido por  $u_1, u_2$  e  $u_3$  tem volume 4.

**No que se segue considere  $\alpha = 3$ .**

- Determine os valores próprios de  $A$  e indique as respectivas multiplicidades algébricas.
- Determine um vetor próprio unitário de  $A$ .
- Existirá uma base de  $\mathbb{R}^3$  formada por vetores próprios de  $A$  ?

[2.5v] 3. Uma adega pretende plantar vinha das castas A, B, e C para produzir vinho. A produção média anual e o valor da venda de vinho de cada casta encontram-se na tabela seguinte:

	Produção (nº pipas/ha)	Valor da venda (€/pipa)
Casta A	20	500
Casta B	20	800
Casta C	18	500

Sabe-se que a área total a destinar à produção de vinho e a área a destinar à produção de vinho da casta C não podem ultrapassar, respetivamente, 1100 ha e 450 ha e que pelo menos um hectare deve ser destinado à casta B por cada 2 hectares que são destinados à casta C. A adega pretende determinar a área a destinar a cada casta de modo a maximizar a receita anual.

- Formule o problema em programação linear atribuindo significado às variáveis.
- Escreva o problema na forma *standard*.
- Verifique que a opção de destinar 425 ha para produzir vinho da casta A, 225 ha para produzir vinho da casta B e 450 ha para produzir vinho da casta C é admissível. Será vértice da região admissível?