INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

Teste (A) de Álgebra Linear

3 novembro de 2017 - Duração 1h30

Número: Nome: Turma:

[3v] **1.** Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & -3 & 1 \\ 2 & \alpha+7 & \alpha^2+9 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -15 \\ \beta \\ \beta \end{bmatrix}$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores dos parâmetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

b) Considerando $\alpha = 0$, indique um vetor unitário que seja solução do sistema $Ax = 0$.

[3v] **2.** Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = [\, v_1 \; v_3 \; v_3 \,]$.

a) Calcule o ângulo entre v_1 e v_3.

b) Descreva analítica e geometricamente $\mathcal{C}(A)$.

c) Indique, justificando, uma base de $\mathbb{R}^3$ que contenha uma base de $\mathcal{C}(A)$.

[3v] **3.** Considere $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0\}$.

a) Indique uma base e a dimensão de V.

b) Mostre que o vetor $(-1, 4, 2)$ pertence a V e escreva-o como combinação linear de uma base de V.

c) Determine um vetor não nulo de V ortogonal a $(-1, 4, 2)$.

[1v] **4.** Considere uma matriz $A_{n\times n}$, u, v e b vetores de $\mathbb{R}^n$. Mostre que

a) Se u e v são soluções de $Ax = b$, então $u + \lambda(v - u)$ é também solução de $Ax = b$ qualquer que seja $\lambda \in \mathbb{R}$.

b) Se $\{u, v\}$ é linearmente independente, então $2u - 3v \neq \vec{0}$.