

## PROBLEMA 2 – Escolher um de entre estes 3

### EXERCÍCIO 1 [R2.20 a)b)c]

**R2.20.** Considere-se um sistema eléctrico constituído por 100 componentes que funcionam de forma independente. Cada componente tem uma duração de vida (em anos) que é descrita por uma variável aleatória  $X$  com função densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{restantes valores.} \end{cases}$$

- Determine a função distribuição cumulativa de  $X$ .
- Determine o tempo mediano de vida de um componente.
- Calcule a probabilidade de um componente ter uma duração de vida superior a 3 anos.

### EXERCÍCIO 2 [1ª Teste 2020/21-5a)b)c)]

5. (4.5 val.) Considere-se as variáveis aleatórias contínuas  $X$  e  $Y$  relativas aos teores, (em g/100 ml), de proteínas e de lípidos, respectivamente, no leite de vaca produzido numa dada exploração. Sejam  $F_X$  a função distribuição cumulativa de  $X$  e  $f_Y$  a função densidade de probabilidade de  $Y$  definidas como:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 2 \\ ax - 1 & , \quad 2 \leq x \leq 4 \\ 1 & , \quad x > 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{4}\left(\frac{y}{2} - 1\right) & , \quad 2 \leq y \leq 6 \\ 0 & , \quad \text{outros valores de } y. \end{cases}$$

- Mostre, justificando, que  $a = 1/2$ .
- Determine a função densidade de probabilidade de  $X$ .
- Calcule o valor médio e a mediana do teor de proteínas no leite de vaca desta exploração.

### EXERCÍCIO 3 [2ª chamada 2018/19 - 2a)b)c)d)]

2. (4 val.) A quantidade de ração, em toneladas, produzida numa fábrica por ano é uma variável aleatória contínua,  $X$ , com a seguinte função densidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{2}, & 2 < x < 4 \\ 0, & \text{o. v. de } x \end{cases}$$

- Determine a função de distribuição cumulativa de  $X$ .
- Calcule a probabilidade de a fábrica produzir mais de 3 toneladas de ração num ano em que a produção for superior a 2.5 toneladas.
- Mostre que a produção média anual de ração da fábrica é  $10/3$  toneladas.
- Poder-se-á dizer que em 40% dos anos a fábrica tem uma produção superior à produção média anual, indicada na alínea anterior? Justifique.