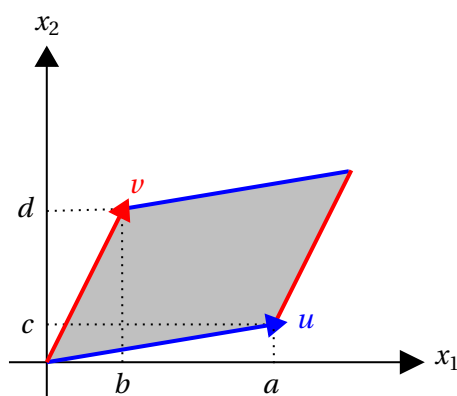


Capítulo 4

Determinantes

EXERCÍCIO 36. Considere o paralelogramo definido pelos vetores $u = (a, c)$ e $v = (b, d)$ da figura abaixo. Mostre, sem usar o conceito de determinante, que a sua área vem dada por $ad - bc$.



EXERCÍCIO 37. Sabendo que o volume da esfera de raio 1 é $\frac{4}{3}\pi$ deduza o volume da esfera de raio $r > 0$.

EXERCÍCIOS 38.

1. Calcule o determinante de cada uma das seguintes matrizes e interprete geometricamente o resultado obtido nas alíneas a), b) e c).

a) $\begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \alpha \in \mathbb{R}$ b) $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 18 \\ 1 & 3 & 15 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -5 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 6 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

a) 1 b) 18 c) 0 d) 11 e) 65 f) 42

EXERCÍCIOS 39. Prove os seguintes resultados para matrizes 4×4 .

1. O determinante de uma matriz triangular superior é o produto dos elementos da diagonal principal da matriz.
2. Uma matriz com linhas ou colunas de zeros tem determinante nulo.
3. Uma matriz com linhas ou colunas proporcionais tem determinante nulo.

EXERCÍCIO 40. [Exercício 14.4 (c) revisitado] Usando o conceito de determinante discuta, em função de $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, a independência linear do conjunto de vetores $\{0, \gamma, -\beta\}, (-\gamma, 0, \alpha), (\beta, -\alpha, 0)\}$.

É l.d. $\forall \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

EXERCÍCIO 41. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, com $\alpha \in \mathbb{R}$.

Indique os valores de α para os quais:

- a) A é invertível.
- b) $\det(2A^{-1}) = 1$.

a) $\alpha \neq 0$ b) $\alpha = 2$