

Capítulo 5

Valores e vetores próprios

EXERCÍCIO 42. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.

a) Verifique que $(1, 5, 10)$ é vetor próprio.

b) Verifique que 1 é valor próprio.

EXERCÍCIO 43. Verifique que -1 é valor próprio da matriz $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

e determine os vetores próprios associados a -1 .

EXERCÍCIO 44. Determine os valores próprios e correspondentes vetores próprios de cada uma das seguintes matrizes, indicando em cada caso, uma base e a dimensão do subespaço próprio associado a cada valor próprio.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix},$$
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

EXERCÍCIO 45. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & a & a \end{bmatrix}$, com $a \in \mathbb{R}$.

-
- a) Determine os valores do parâmetro a para os quais a matriz A admite o valor próprio zero.
 - b) Para cada um dos valores de a obtidos na alínea anterior calcule os valores próprios de A e identifique os correspondentes vetores próprios.
 - c) Discuta, em função do parâmetro a , a invertibilidade da matriz A .

EXERCÍCIO 46. Seja v um vetor próprio associado ao valor próprio λ de uma matriz A .

- a) Mostre que, para todo o real α , v é um vetor próprio da matriz $A - \alpha I$ e indique o valor próprio associado.
- b) Mostre que, para todo o inteiro n , v é vetor próprio da matriz A^n e indique o valor próprio associado.