

# INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º Chamada do Exame de Álgebra Linear

22 de janeiro de 2024 - Duração: 2h30

Guarde todos os equipamentos eletrónicos, incluindo telemóveis, calculadoras e *smartwatches* na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente.  
O incumprimento das regras leva à **anulação da prova**.

Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas.

Número:

Nome:

---

1. (a) Para  $\alpha \neq -1, 2$  e  $\beta$  arbitrário o sistema é PD.  
Para  $\alpha = \beta = -1$  ou  $\alpha = \beta = 2$  o sistema é PI.  
Para  $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta \neq -1 \end{cases}$  ou  $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta \neq 2 \end{cases}$  o sistema é IMP.  
(b) i.  $\alpha \neq -1, 2$  ( $\beta$  é irrelevante aqui).  
ii.  $\alpha = \beta = -1$  ou  $\alpha = \beta = 2$ .  
iii.  $\alpha = 2$  ( $\beta$  é irrelevante aqui).  
(c) i. Por exemplo,  $(2, 2, -3) = 1u_1 + 2u_2 + 0u_3$ .  
ii.
  2. (a) Uma base ortogonal é  $\{(1, -1, 0, 2), (1, -1, 1, -1)\}$ .  
(b)  $(0, 0, -1, 3)$ .  
(c)  $(1, 1, 0, 0)$  e  $\sqrt{10}$ .  
(d) Por exemplo,  $c = \text{proj}_U(b) - \text{proj}_{U^\perp}(b) = (-1, -1, -1, 3)$ .
  3. (a)  $\lambda = 0$  com multiplicidade algébrica 2 e  $\lambda = 1$  com multiplicidade algébrica 1.  
(b) Por exemplo,  $E(0) = \langle (0, 1, 1) \rangle$  que define uma reta de  $\mathbb{R}^3$  que passa na origem com vetor diretor  $(0, 1, 1)$ .  
(c) Não.
  4. 
$$\begin{aligned} \max \quad & 4x_A + 3.5x_B + x_C \\ \text{s. a} \quad & 2x_A + 3x_B + 2x_C \leq 100 \\ & x_A \geq 10 \\ & x_B + x_C \leq 25 \\ & x_A, x_B, x_C \geq 0 \end{aligned}$$
em que  $x_A$ ,  $x_B$  e  $x_C$  representam, respectivamente, as horas de trabalho a destinar semanalmente aos *habitats*  $A$ ,  $B$  e  $C$ .
  5. (a)  $(x_1, x_2) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$  com valor ótimo 8.  
(b) 
$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s. a} \quad & x_1 + x_2 - f_1 = 2 \\ & x_1 - x_2 - f_2 = -1 \\ & 5x_1 + 3x_2 + f_3 = 15 \\ & x_1, x_2, f_1, f_2, f_3 \geq 0 \end{aligned}$$
  
(c) Por exemplo,  $(x_1, x_2, f_1, f_2, f_3) = \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 2, 0, 0\right)$ .
  - 6.