

- 2.38. (Teste 7.11.2018) O número de exemplares de cada uma de duas espécies animais, A e B, avistados numa visita, pode ser considerado um par aleatório (X, Y) em que X designa o número de exemplares da espécie A e Y da espécie B. Dispõe-se da seguinte informação sobre a distribuição de probabilidade conjunta do par (X, Y) :

X \ Y	0	1	2	3
0	a	0.3	0.02	0
1	b	0.07	0.14	0.04
≥ 2	0.02	0.03	0.04	0.06

- Determine a distribuição marginal da v.a. Y e a respectiva função distribuição cumulativa.
- Determine a e b sabendo que $P\{X=0|Y=0\} = 0.6$.
- Determine o valor esperado do número de exemplares avistados da espécie B, quando se avistam pelo menos dois da espécie A.
- Comente a seguinte afirmação: as variáveis aleatórias X e Y podem ou não ser independentes consoante os valores de a e de b .

X v.a. nº EXEMPLARES DE A
Y " " " " B

a) DIST. MARGINAL DE Y

y_j	: 0	1	2	3
$P_{\cdot j} = P(Y=y_j)$: 0.3	0.4	0.2	0.1

} $P_{\cdot j} \geq 0$
} $\sum_j P_{\cdot j} = 1$

b) $P(X=0|Y=0) = 0.6$ $0.6 = P(X=0|Y=0) = \frac{P(X=0, Y=0)}{P(Y=0)} = \frac{a}{0.3}$
 $\therefore a = 0.18$

$P(Y=0) = 0.3 = a + b + 0.02 = 0.18 + b + 0.02$ ENTÃO, $b = 0.1$

c) $E[Y|X \geq 2]$. PARA ISSO É NECESSÁRIO DETERMINAR A DIST. DE PROB. DE $Y|X \geq 2$

USANDO O FORMULÁRIO $P(Y=y_i|X=x_i) = \frac{P_{ij}}{P_{i\cdot}}$.

ENTÃO A DIST DE $Y|X \geq 2$ É DADA POR $y_j : 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$

$$P(Y=y_j|X \geq 2) = \frac{P_{ij}}{P_{i\cdot}} : \begin{matrix} 0.02 & 0.03 & 0.04 & 0.06 \\ 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 \end{matrix}$$

COM A DISTRIBUIÇÃO, CALCULA-SE $E[Y|X \geq 2] = \sum_j (\text{valores q } y \text{ pode tomar}) \times (\text{probs associadas})$

OU SEJA $E[Y|X \geq 2] = 0 \times \frac{0.02}{0.15} + 1 \times \frac{0.03}{0.15} + 2 \times \frac{0.04}{0.15} + 3 \times \frac{0.06}{0.15}$

d)

X, Y v.a. indep. SSE
 $P_{ij} = P_{i\cdot} \times P_{\cdot j}$, PARA TODOS OS PARES (x_i, y_j)

COMO $P_{10} \times P_{\cdot 4} = 0.5 \times 0.1 = 0.05$

$\neq P_{14} = 0$

ENTÃO X, Y NÃO

INDEPENDENTES

} A célula da linha 1 e coluna 4 tem valor 0, o que facilita os cálculos.