

Ex. 2.63

15 de novembro de 2020 22:19

2.63. Uma empresa de aluguer de autocarros para excursões de longo curso dispõe de 5 veículos. Sabe-se, pela análise do seu comportamento, que a procura semanal de veículos segue uma distribuição de Poisson de média 3.

- Determine a probabilidade de, em certa semana, um dos autocarros não ser alugado.
- Qual a probabilidade de, em duas semanas, serem procurados 6 veículos?
- Determine o valor esperado do número de clientes que em certa semana não podem ser atendidos por já estarem alugados todos os autocarros.

X v.a. n.º PEDIDOS SEMANAIS

$$X \sim \mathcal{P}(\lambda=3)$$

Poisson	$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ $x = 0, 1, 2, \dots$	$\lambda > 0$	$E[X]$ λ	$VAR[X]$ λ	$exp[\lambda(e^t - 1)]$
---------	---	---------------	---------------------	-----------------------	-------------------------

$$a) P(X=4) = \frac{e^{-3} 3^4}{4!} = 0.168 \quad \checkmark$$

ou

$$= 0.815 - 0.647 = 0.168 \quad \checkmark$$

TABELA $\begin{cases} \lambda=3 \\ x=3,4 \end{cases}$
 $P(X \leq x)$

	$\lambda =$				
x	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
0	0.111	0.091	0.074	0.061	0.050
1	0.355	0.308	0.267	0.231	0.199
2	0.623	0.570	0.518	0.469	0.423
3	0.819	0.779	0.736	0.692	0.647
4	0.928	0.904	0.877	0.848	0.815

$$P(X=4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 3)$$

b) X_1 v.a. n.º PEDIDOS NA 1ª SEMANA

$$X_1 \sim \mathcal{P}(\lambda=3)$$

X_2 " " " " 2ª " "

$$X_2 \sim \mathcal{P}(\lambda=3)$$

$$P(X_1 + X_2 = 6) = P(X_1=6, X_2=0) + P(X_1=5, X_2=1) + \dots$$

MELHOR: (2) SE X_1, X_2 v.a. indep, ENTÃO $X_1 + X_2 \sim \mathcal{P}(\lambda=3+3)$

$$\text{ENTÃO } P(X_1 + X_2 = 6) = \frac{e^{-6} 6^6}{6!} \quad \text{ou } P(X_1 + X_2 \leq 6) =$$

TAB $\begin{cases} \lambda=6 \\ x=6 \end{cases}$

$$P(X_1 + X_2 \leq 5) =$$

TAB: $\begin{cases} \lambda=6 \\ x=5 \end{cases}$

Teorema 7—Teorema da estabilidade da soma

Se as v.a. X_i $i = 1, \dots, k$ são independentes e $X_i \sim \mathcal{P}(\lambda_i)$ então

$$\sum_{i=1}^k X_i \sim \mathcal{P}\left(\sum_{i=1}^k \lambda_i\right).$$

iii) z v.a. NÚMERO DE CLIENTES NÃO ATENDIDOS

$$E[z] = \sum_i z_i p_i = 0 \times 0.916 + 1 \times 0.05 + 2 \times 0.022 + 3 \times 0.008 + 4 \times 0.003 + 5 \times 0.001 = 0.1327$$

$z_i :$	0	1	2	3	4	5	6
$p_i = P(z=z_i) :$	$P(X \leq 5)$	$P(X=6)$	$P(X=7)$	$P(X=8)$	$P(X=9)$	$P(X=10)$	$P(X=11)$
	$= 0.916$	$= 0.966$	$= 0.998$	$= 0.996$	$= 0.999$	$= 1.000$	≈ 0
		$- 0.916$	$- 0.966$	$- 0.998$	$- 0.996$	$- 0.999$	
		$= 0.05$	$= 0.022$	$= 0.008$	$= 0.003$	$= 0.001$	$P_i = 0$

$X \cap \mathcal{S}(\lambda=3)$

	$\lambda =$				
x	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
0	0.111	0.091	0.074	0.061	0.050
1	0.355	0.308	0.267	0.231	0.199
2	0.623	0.570	0.518	0.469	0.423
3	0.819	0.779	0.736	0.692	0.647
4	0.928	0.904	0.877	0.848	0.815
5	0.975	0.964	0.951	0.935	0.916
6	0.993	0.988	0.983	0.976	0.966
7	0.998	0.997	0.995	0.992	0.988
8	1.000	0.999	0.999	0.998	0.996
9	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

$$P(X=6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 5)$$