

2.61. (Teste 23.11.2010) Num armazém encontra-se um lote de 10000 latas de um certo produto alimentar. Deste lote, 500 latas já ultrapassaram o prazo de validade. O organismo responsável pelo controle de qualidade vai analisar uma amostra. Considere que o processo de amostragem é feito com reposição.

- a) Suponha que as latas são inspeccionadas sucessivamente até encontrar uma fora do prazo de validade.
- Identifique e caracterize a variável em estudo.
 - Qual a probabilidade de ser necessário inspeccionar 3 ou mais latas?
 - Qual o número esperado de latas inspeccionadas?
- b) Suponha agora que retira uma amostra de 15 latas. O controle de qualidade rejeita o lote se nessa amostra forem encontradas mais do que duas latas fora do prazo de validade.

a) i) X v.a. N° DE LATAS INSPECCIONADAS COM REPOSIÇÃO ATÉ ENCONTRAR 1 FORA DE PRAZO

PROVAS DE BERNOULLI INDEP. "SUCESSO"

$$\text{ENTÃO } X \sim \text{GEOM} \left(p = \frac{500}{10000} = 0.05 \right)$$

$$\text{ii)} \quad P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - (P(X=1) + P(X=2)) = *$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ NOTA: } P(X=x) = p q^{x-1} = 0.05 (0.95)^{x-1} \leftarrow \text{QUADRO} \\ (2) \text{ NOTA: } P(X \leq x) \sim 1 - q^x \end{array} \right.$$

$$\stackrel{(1)}{=} 1 - (0.05 + 0.05 \times 0.95) = 0.9025$$

$$\stackrel{(2)}{=} 1 - \underbrace{(1 - 0.95^2)}_{P(X \leq 2)} = 0.9025$$

$$\text{iii)} \quad E[X] = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.05} = 20$$

b) $n=15$

X v.a. N° DE LATAS FORA DE PRAZO EM $n=15$ LATAS RETIRADAS COM REPOSIÇÃO

"SUCESSO" PROVAS DE BERNOULLI INDEP.

$$\text{ENTÃO } X \sim B(n=15, p = \frac{500}{10000} = 0.05)$$

- Calcule a probabilidade de rejeição do lote.
- O que pode dizer do valor calculado na alínea anterior no caso de o processo de amostragem ser feito sem reposição? Justifique.

$$\text{i)} \quad P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0.9639 = 0.0362 \quad (\text{COM REPOSIÇÃO})$$

TAB $\begin{cases} n=15 \\ p=0.05 \\ x=2 \end{cases}$

ii) V.A. NÚMERO DE LATAS FORA DE PRAZO EM $n=15$ LATAS RETIRADAS SEM REPOSIÇÃO
 "SUCESSO" PROVAS HIPER GEOMÉTRICAS

ENTÃO, $Y \sim H(N=10000, n=15, K=500)$

$$P(Y > 2) = 1 - P(Y \leq 2) = 1 - [P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)] = 0.03608$$

(SEM REPOSIÇÃO)

`> 1-sum(dhyper(0:2, 500, 9500, 15))`
`[1] 0.03608028`

FORMA MAIS EXPEDITA DE RESPONDER À QUESTÃO:

COMO $N=10000 \gg n=15$ ($\frac{N}{n} > 10$)

ENTÃO $Y \sim B(n=15, p=\frac{500}{10000})$
 (APROX.)

E ASSIM $P(Y > 2) \approx P(X > 2) = 0.0362$