

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA
Teste de Amostragem e Análise Ambiental (2014/2015)
Módulo I

Duração: 2h

8 de Abril de 2015

1. Pretende-se estimar a área cultivada em propriedades rurais de um dado distrito. Das 2010 propriedades rurais existentes nesse distrito, foi recolhida uma amostra aleatória simples de 100 propriedades e registado o valor da área cultivada, x em ha, em cada propriedade, tendo-se obtido os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{100} x_i = 2907 \text{ ha}, \quad \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 154593 \text{ ha}^2.$$

- a) Calcule estimativas da área média cultivada e da área total cultivada.
 - b) Determine intervalos de confiança a 95% para cada um dos parâmetros estimados na alínea anterior.
 - c) Suponha que, aquando da recolha da amostra se registou também se na propriedade havia criação de gado, tendo-se observado que em 58 delas havia criação de gado.
 - i) Indique uma estimativa e a precisão associada da proporção de propriedades que têm criação de gado naquele distrito.
 - ii) Qual a dimensão de amostra a recolher se se pretendesse obter uma estimativa para a proporção referida atrás com um erro de 0.05 a uma confiança de 95%.
 - d) Indique uma estimativa do total das propriedades que têm criação de gado e determine um intervalo de confiança associado.
2. Uma população é formada de 35 árvores de uma determinada espécie, pertencentes a um parque ecológico, que possuem os seguintes “diâmetros à altura do peito” (DAP), em cm :
- 25, 20, 35, 21, 22, 22, 24, 25, 30, 38, 24, 20, 21, 25, 20, 15, 25, 23, 20, 24, 28, 24, 24, 22, 28, 26, 23, 19, 22, 27, 25, 23, 28, 27, 42.

Suponha que lhe é pedido para extrair uma amostra aleatória simples de dimensão 10 com o objectivo de estimar o DAP médio de todas as árvores. No Anexo tem uma exemplificação de procedimentos e alguns cálculos associados. Responda às seguintes questões usando resultados do Anexo.

- a) Como extrairia uma amostra aleatória simples de tamanho 10? No Anexo há 2 procedimentos, qual o que escolheria e porquê?
- b) Estime o DAP médio das árvores daquele parque. Compare com o valor médio da população, determinando um valor da medida designada por *Erro Relativo de Estimacão Percentual* assim definido:

$$ER = (\bar{X} - \mu) / \mu \times 100\%.$$

- c) Complete o *output* do Anexo indicando os valores ou expressões para as letras **A**, **B**, **C** e **D**.
- d) Para cada árvore da amostra registou-se também a sua altura y , tendo-se efectuado alguns cálculos que se apresentam de seguida,

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 8728 \text{ cm}, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 2268256 \text{ cm}^2, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 9595 \text{ cm}^2$$

- i) Uma medida de interesse para aquela espécie é a relação entre a altura e o DAP. Indique uma estimativa dessa medida e a precisão associada.

3. Numa pequena cidade há 11 368 contadores de água em casa privadas. Com o objectivo de estimar o consumo de água fez-se uma recolha de uma amostra de 410 contadores estratificada de acordo com o número de membros da família.

n ^o de membros na família	N_i	n_i	\bar{x}_i	s'_i
1	4512	153	26.5	7.5
2 ou 3	5201	155	56.8	9.3
4 ou 5	1531	86	118.5	14.4
6 ou +	124	16	144.9	20.6
Total	11368	410		

- a) Estime o consumo médio de água naquela cidade e estime a variância associada ao estimador usado.
- b) Determine um intervalo de confiança para o consumo médio (para evitar muitas contas e dado que a dimensão de amostra total é elevada considere uma aproximação pela normal).
- c) Supondo fixo o custo de amostragem de cada observação individual, qual a dimensão óptima da amostra a recolher em cada estrato, para se recolher a amostra total com a dimensão 410?
- d) Se fosse optado por considerar uma afectação proporcional, qual a dimensão total a recolher e em cada estrato, para um confiança de 95%.
4. Considere uma dada população com N unidades estatísticas na qual se recolheu uma amostra aleatória, (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) para averiguar a existência ou não de uma dada característica. Seja \hat{P} um estimador de P , a proporção de elementos com aquela característica.
- a) Explícite \hat{P} em função da amostra aleatória.
- b) Mostre que

$$Var(\hat{P}) = \left(\frac{N - n}{N - 1} \right) \frac{P(1 - P)}{n}$$

Anexo

```
> x<-c(25, 20, 35, 21, 22, 22, 24, 25, 30, 38, 24, 20,
+ 21, 25, 20, 15, 25, 23, 20, 24, 28, 24, 24, 22, 28, 26,
+ 23, 19, 22, 27, 25, 23, 28, 27, 42)

> sum(x)
[1] 867

>sum(x^2)
[1] 22415

> set.seed(35)
> amostra1<-sample(x,10,rep=TRUE)
> amostra1
[1] 27 25 24 27 23 21 25 28 42 27

> set.seed(35)
> amostra2<-sample(x,10)
> amostra2
[1] 27 25 20 25 15 35 25 25 23 26

> sum(amostra1)
[1] 269
> mean(amostra1)
[1]A

> var(amostra1)
[1] 32.76667
> sd(amostra1)
[1] B

#vamos pedir para calcular o coeficiente de variação da amostra 1
>CV<- C
[1] D

> mean(amostra2)
[1] 24.6

> var(amostra2)
[1] 25.82222
```