

MODELOS MATEMÁTICOS E APLICAÇÕES 2019/2020

Modelos Lineares Mistos, Teste 26/05/2020

1. Numa fase final de seleção clones de videira da casta Alvarinho, avaliaram-se 4 clones quanto ao rendimento (kg/planta) em 11 ambientes distintos. Em cada ambiente foi instalado um ensaio em que os 4 clones foram plantados de acordo com um delineamento experimental totalmente casualizado com 9 repetições (isto é, em cada ambiente existem 9 observações de cada um dos clones). Considere o `clone` como um factor de efeitos fixos e o `ambiente` como um factor de efeitos aleatórios (isto é, admita que os ambientes estudados constituem uma amostra dos possíveis ambientes onde os clones de Alvarinho irão ser cultivados).

a) Descreva, em pormenor, o modelo que lhe parece ser adequado para o estudo acima descrito.

No R, com a função `lmer` do pacote `lme4` executaram-se os seguintes comandos:

```
alvarinho<-read.table("alvarinho.txt", header=T)
alvarinholmer1<-lmer(rend~clone+(1|ambiente)+(1|ambiente:clone), data=alvarinho)
summary(alvarinholmer1)
Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
Formula: rend ~ clone + (1 | ambiente) + (1 | ambiente:clone)
Data: alvarinho
REML criterion at convergence: 1801.8
Random effects:
Groups          Name          Variance  Std.Dev.
ambiente:clone (Intercept)    0.2134   0.462
ambiente       (Intercept)   25.8243   5.082
Residual                                4.7140   2.171
Number of obs: 396, groups:  ambiente:clone, 44; ambiente, 11
Fixed effects:
              Estimate      Std. Error    t value
(Intercept)    6.0220      1.5539     3.875
cloneAI1011    1.0213      0.3661     2.790
cloneAI1025    1.2764      0.3661     3.486
cloneAI1050    1.1413      0.3661     3.117
logLik(alvarinholmer1)
'log Lik.' -900.9052
```

```

alvarinholmer2<-lmer(rend~clone+(1|ambiente), data=alvarinho)
logLik(alvarinholmer2)
'log Lik.' -901.7946
alvarinholmer3<-lmer(rend~clone+(1|ambiente:clone), data=alvarinho)
logLik(alvarinholmer3)
'log Lik.' -947.8442
anova(alvarinholmer1)
Analysis of Variance Table

              Df      Sum Sq   Mean Sq    F value    Pr(>F)
clone          3    71.617    23.872      5.0641    0.0251
ranef(alvarinholmer1)
$'ambiente:clone'
      (Intercept)
MC1994:AI0122  0.134192198
MC1994:AI1011 -0.050021205
MC1994:AI1025 -0.075567491
MC1994:AI1050 -0.058791043
MC1995:AI0122  0.094411764
MC1995:AI1011 -0.162916770
MC1995:AI1025  0.151732998
MC1995:AI1050 -0.109186521
MC1996:AI0122  0.042111327
...
$ambiente
      (Intercept)
MC1994  -6.0727613
MC1995  -3.1410177
MC1996  -2.2561384
MC1997  -1.4894435
MC1998  -3.9422165
MC1999   2.9152878
MP1994  -4.8792237
MP1996   6.1948271
MP1997   0.9958750
MP1998   0.9899727
MP1999  10.6848386

```

b) Quais as estimativas de máxima verosimilhança restrita das componentes de variância envolvidas no modelo?

c) Efectue os testes às componentes de variância que achar convenientes de acordo com o modelo descrito anteriormente.

- d) Efectue um teste aos efeitos principais do factor clone.
- e) De acordo com o modelo ajustado, qual o rendimento previsto do clone AI1011 no ambiente MC1995?
- f) Calcule o valor do Critério de Informação de Akaike (AIC) para o modelo ajustado.

2. Considere o modelo linear misto em notação matricial:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{Z}\mathbf{u} + \mathbf{e}.$$

\mathbf{Y} é o vector aleatório $n \times 1$ de observações da variável resposta; \mathbf{X} é a matriz de delineamento $n \times p$ dos efeitos fixos; $\boldsymbol{\beta}$ é o vector $p \times 1$ de efeitos fixos; \mathbf{Z} é a matriz de delineamento $n \times q$ dos efeitos aleatórios; \mathbf{u} é o vector $q \times 1$ de efeitos aleatórios; \mathbf{e} é o vector $n \times 1$ de erros aleatórios. Os vectores \mathbf{u} e \mathbf{e} admitem-se independentes, com distribuição normal multivariada de vector de valores médios nulo e matrizes de covariâncias \mathbf{G} e \mathbf{R} , respectivamente.

Considere um modelo a 1 factor de efeitos aleatórios. Defina as matrizes \mathbf{G} e \mathbf{R} , admitindo efeitos aleatórios independentes e identicamente distribuídos e erros aleatórios independentes e identicamente distribuídos.