

JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

Nome: \_\_\_\_\_

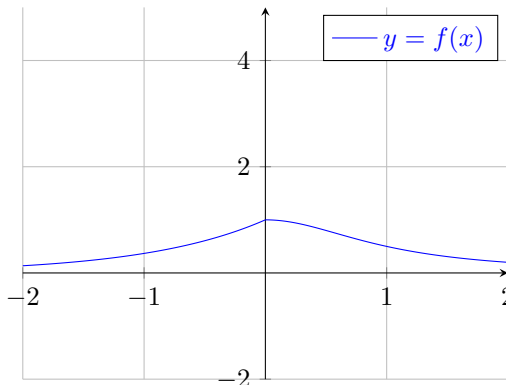
1. Calcule:

(a)  $\int x^2 \cos x$

(b)  $\int_0^2 (2-x)\sqrt{x} dx.$  [2v]

2. Considere  $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ \frac{1}{1+x^2} & x > 0 \end{cases}$  (ver figura) e o integral indefinido

$\phi(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$  com  $x \in \mathbb{R}.$  [2v]



(a) Determine uma expressão para  $\phi$  sem o símbolo do integral.

(b) Calcule o valor médio de  $f$  no intervalo  $[-1, 1]$ .

3. Represente a região do plano

$$\left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq \pi, y \geq -\sin x, y \leq \frac{\pi}{2}, x + y \leq \pi \right\}$$

e, usando o integral definido, indique uma expressão que representa a sua área (não a calcule). [1.5v]

4. Calcule  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} + \left( \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -2 \end{bmatrix} \right)^T.$  [1v]

5. Considere  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$  [2.5v]

<sup>1</sup>O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

(a) Calcule o ângulo entre a 1ª e a 3ª colunas de  $A$ .

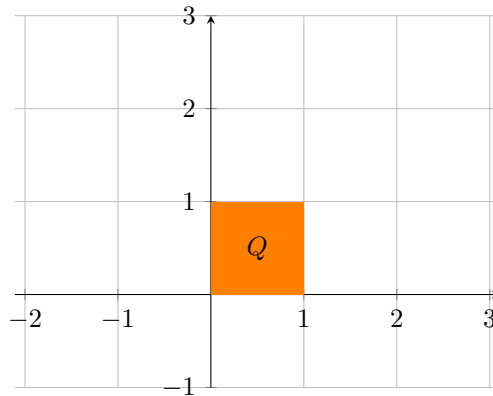
(b) Considere  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ .

i. Verifique que  $B = A^{-1}$ .

ii. Resolva o sistema  $Ax = b$ . Interprete geometricamente cada uma das equações do sistema.

6. Seja  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ . Determine a transformação do quadrado  $Q$  da figura por  $A$ .

[0.5v]



7. Considere uma matriz  $A_{n \times n}$  e a matriz identidade  $I_n$ . Mostre que se  $A$  é simétrica então  $A^2 - A - 2I$  é simétrica.

[0.5v]