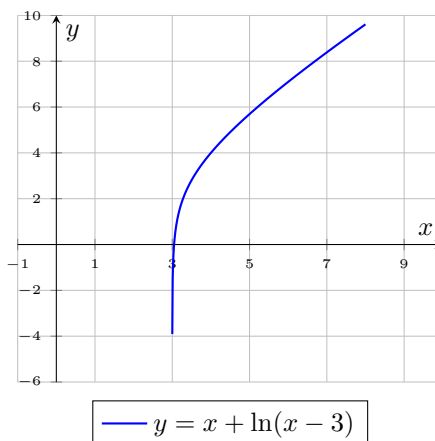


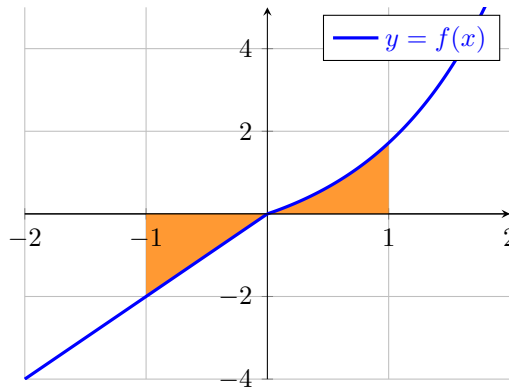
Nome: \_\_\_\_\_

1. Considere a função  $f(x) = x + \ln(x - 3)$ . [9v]



- (a) Indique o domínio de  $f$ .
- (b) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ .
- (c) Estude  $f$  quanto à monotonia e extremos locais.
- (d) Verifique que não existem rectas tangentes ao gráfico de  $f$  com declive inferior ou igual a 1 e escreva a equação de uma recta tangente ao gráfico de  $f$  à sua escolha.
- (e) Estude  $f$  quanto à concavidade e pontos de inflexão.
- (f) Determine o contradomínio de  $f$ .
- (g) Justifique que  $f$  é invertível. Indique o valor de  $f^{-1}(4)$ , em que  $f^{-1}$  é a função inversa de  $f$ , e assinale-o na figura.
- (h) Mostre que  $F(x) = (x - 3) \ln(x - 3) + \frac{x^2}{2} - x + 1$  é uma primitiva de  $f$ .
2. Calcule  $P(x + 1) \sin x$ . [1v]
3. Considere  $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ e^x - 1 & x > 0 \end{cases}$  e o integral indefinido  $\phi(x) = \int_0^x f(t) dt$  com  $x \in \mathbb{R}$ . [3v]

<sup>1</sup>O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

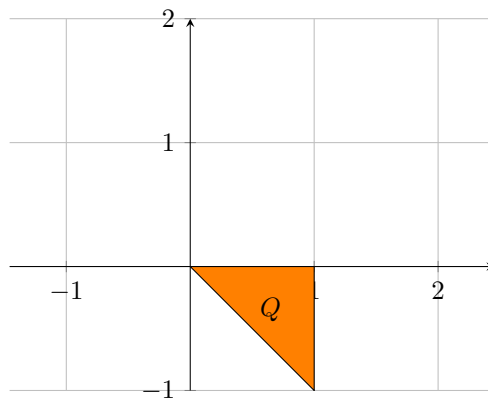


- (a) Determine uma expressão para  $\phi$  sem o símbolo do integral.  
 (b) Calcule a área da região sombreada.

4. Considere  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . [5.5v]

- (a) Calcule  $(A^2 - 6I)^T b$  em que  $I$  denota a matriz identidade  $3 \times 3$ .  
 (b) Calcule a distância entre a 1ª e a 3ª colunas de  $A$ .  
 (c) Descreva geometricamente as equações de  $Ax = b$  e verifique que este sistema é impossível.  
 (d) Será que  $A$  é invertível?

5. Seja  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ . Determine a figura resultante da transformação do triângulo  $Q$  por  $A$ . [1v]



6. Sejam  $A$  e  $B$  matrizes invertíveis. Mostre que [0.5v]  
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .