

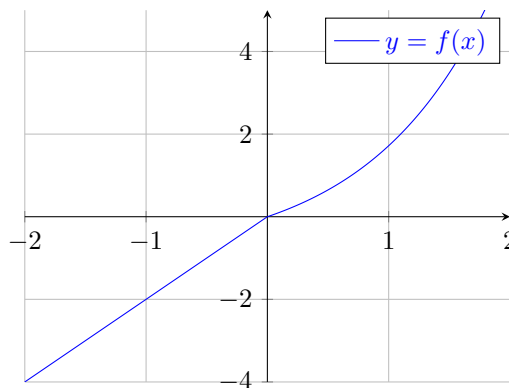
Nome: \_\_\_\_\_

1. Calcule: [2v]

(a)  $P(x+1) \sin x$

(b)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} dx.$

2. Considere  $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ e^x - 1 & x > 0 \end{cases}$  e o integral indefinido  $\phi(x) = \int_0^x f(t) dt$  com  $x \in \mathbb{R}$ . [2v]



- (a) Determine uma expressão para  $\phi$  sem o símbolo do integral.  
 (b) Calcule o valor médio de  $f$  no intervalo  $[0, 2]$  e assinale-o na figura.

3. Represente a região do plano delimitada pelas rectas  $x = -1$ ,  $x = 1$  e  $y = x + \frac{\pi}{2}$  e pela curva  $y = \arccos x$  e, usando o integral definido, indique uma expressão que representa a sua área (não a calcule). [1.5v]

4. Considere  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . [3v]

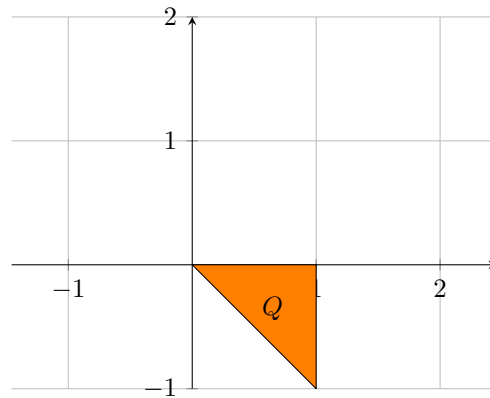
- (a) Calcule  $(A^2 - 6I)^T b$  em que  $I$  denota a matriz identidade  $3 \times 3$ .  
 (b) Calcule a distância entre a 1ª e a 3ª colunas de  $A$ .  
 (c) Descreva geometricamente as equações de  $Ax = b$  e verifique que este sistema é impossível.  
 (d) Será que  $A$  é invertível?

5. A matriz  $A$  define uma simetria relativamente à recta que passa na origem e contém o vector  $\vec{v} = (v_1, v_2) \neq \vec{0}$

[1v]

$$A = \frac{1}{v_1^2 + v_2^2} \begin{bmatrix} v_1^2 - v_2^2 & 2v_1v_2 \\ 2v_1v_2 & v_2^2 - v_1^2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Indique a matriz que define uma simetria relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares.
- (b) Determine a figura resultante da transformação do triângulo  $Q$  pela matriz indicada na alínea anterior.



6. Sejam  $A$  e  $B$  matrizes invertíveis. Mostre que

[0.5v]

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

---

<sup>1</sup>O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.