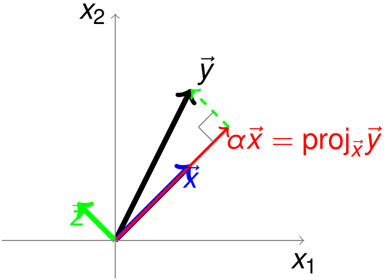
Matemátical - 2021/22

Aula 18 Out

Isabel Martins

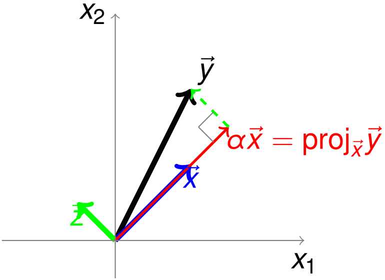
Sinopse

Projecção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x} \neq \vec{0}$



- $\vec{y} = \alpha\vec{x} + \vec{z}$ tal que $\vec{z} \perp \vec{x}$

Projecção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x} \neq \vec{0}$



- $\vec{y} = \alpha\vec{x} + \vec{z}$ tal que $\vec{z} \perp \vec{x}$

  A $\alpha\vec{x}$ chama-se *projecção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x}$*, $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

  $\vec{x}|\vec{y} =$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) =$$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_{0} =$$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_{0} = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_{0} = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Assim, $\vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_{0} = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Assim, $\vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}$

Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_{0} = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Assim, $\vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}$

Projecção ortogonal do vector y sobre o vector $x \neq \vec{0}$

Seja $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ e $x \neq \vec{0}$

A *projecção ortogonal de $\vec{y}$ sobre $\vec{x}$* é

$$\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x}$$

Exemplo

- $\vec{y} = (1, 2)$, $\vec{x} = (1, 1)$

Exemplo

- $\vec{y} = (1, 2)$, $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} =$

Exemplo

- $\vec{y} = (1, 2)$, $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}} x =$

Exemplo

- $\vec{y} = (1, 2)$, $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}} x = \dfrac{(1,1)|(1,2)}{(1,1)|(1,1)}(1,1) =$

Exemplo

- $\vec{y} = (1,2)$, $\vec{x} = (1,1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}x = \dfrac{(1,1)|(1,2)}{(1,1)|(1,1)}(1,1) = \dfrac{3}{2}(1,1) =$

Exemplo

- $\vec{y} = (1,2)$, $\vec{x} = (1,1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \dfrac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}x = \dfrac{(1,1)|(1,2)}{(1,1)|(1,1)}(1,1) = \dfrac{3}{2}(1,1) = (\dfrac{3}{2}, \dfrac{3}{2})$

Exemplo

- $\vec{y} = (1,2)$, $\vec{x} = (1,1)$
- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}x = \frac{(1,1)|(1,2)}{(1,1)|(1,1)}(1,1) = \frac{3}{2}(1,1) = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

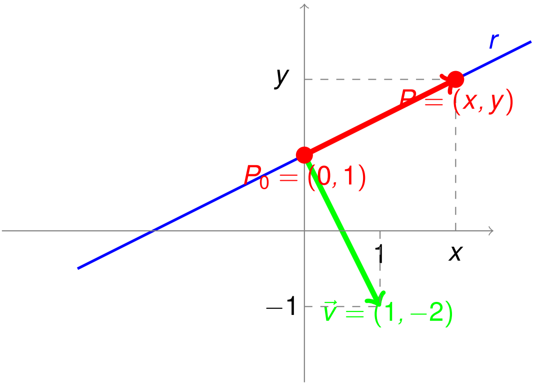
TPC - Exercícios 56 + 61

Relembrar que

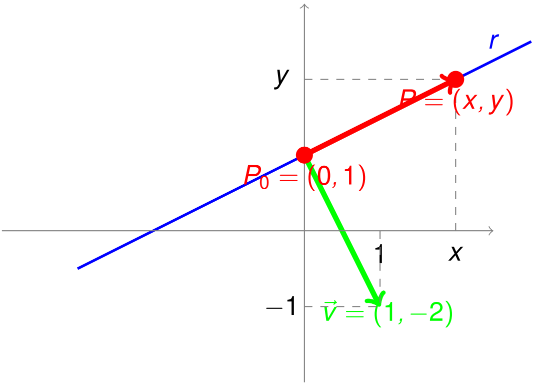
Dois vectores de $\mathbb{R}^n$ são perpendiculares (ortogonais) entre si se e só se o seu produto interno é zero

$$\vec{x} \perp \vec{y} \Leftrightarrow \vec{x}|\vec{y} = 0$$

Recta em $\mathbb{R}^2$

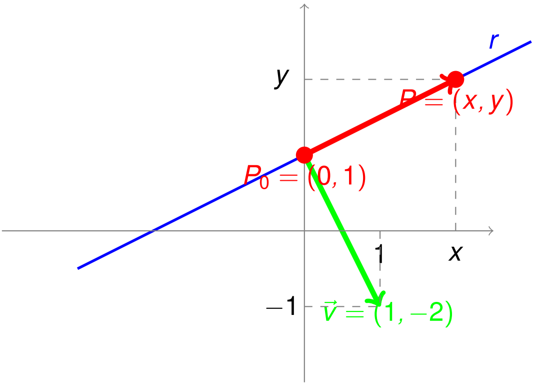


Recta em $\mathbb{R}^2$



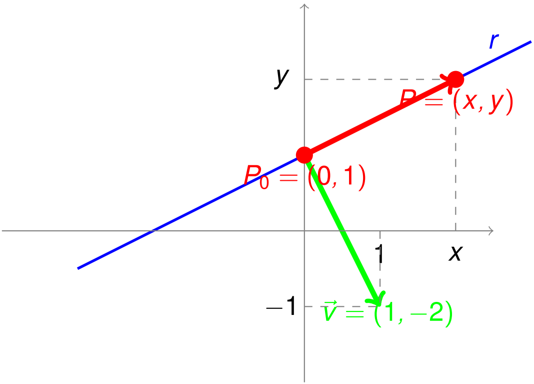
vector $\perp$ à recta r

Recta em $\mathbb{R}^2$



vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

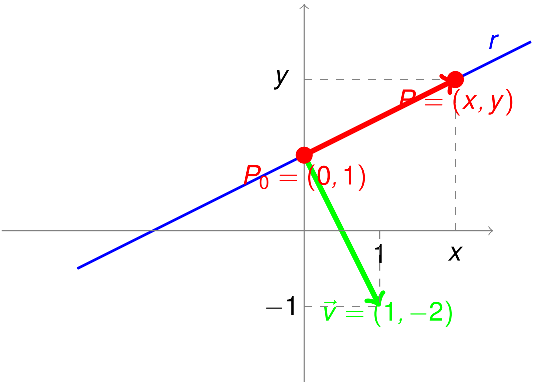
Recta em $\mathbb{R}^2$



vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

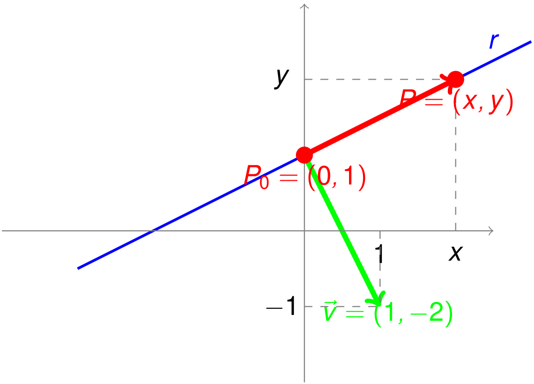


vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 0, y - 1) | (1, -2) = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

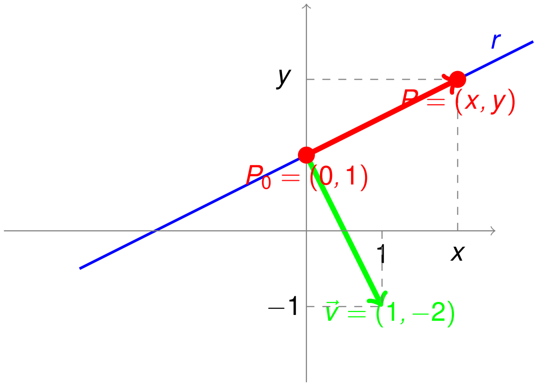


vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 0, y - 1)|(1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

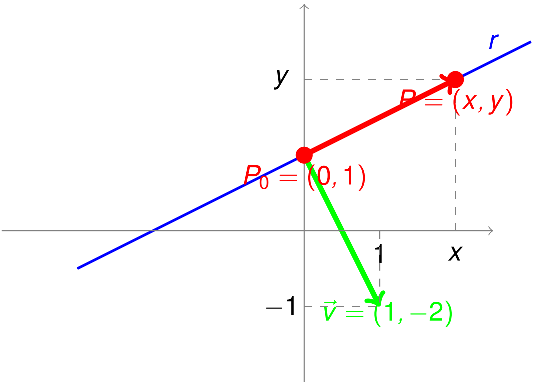


vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 0, y - 1)|(1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2y = -2$

Recta em $\mathbb{R}^2$



vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

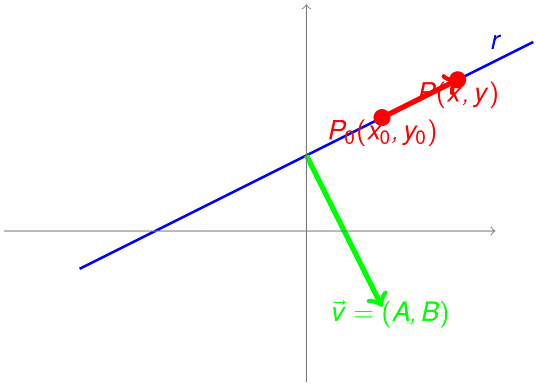
Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$(x - 0, y - 1)|(1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2y = -2$

A recta r é $\perp$ ao vector (1,-2) e passa no ponto (0,1)

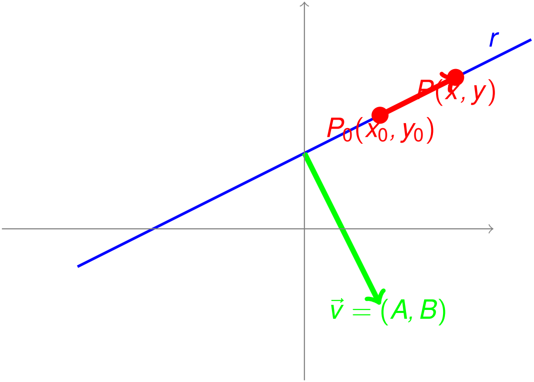
Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



Recta em $\mathbb{R}^2$

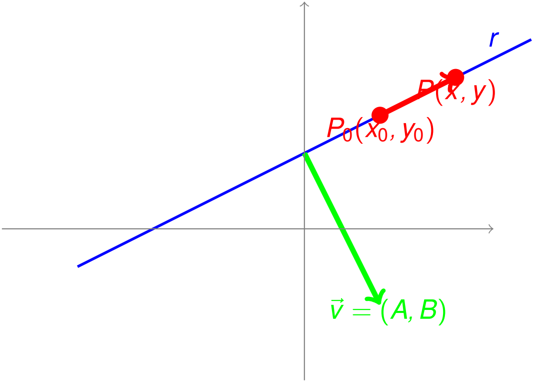
Genericamente,



vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

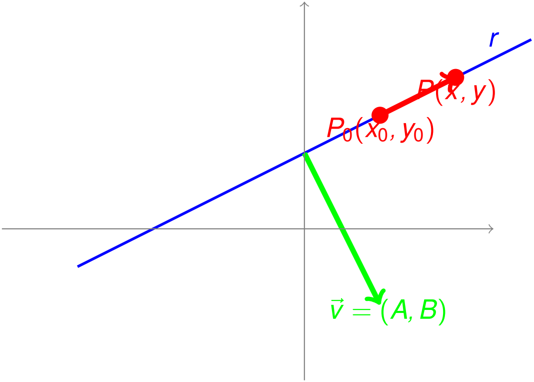


vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

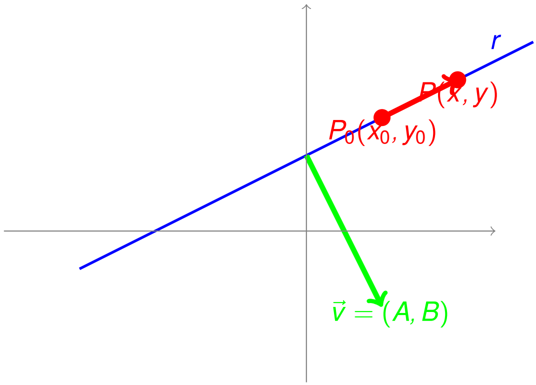


vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P}|\vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0)|(A, B) = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



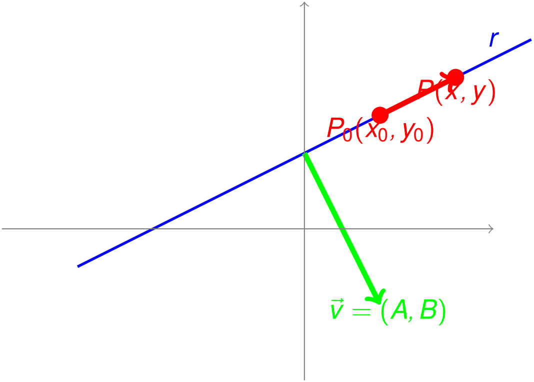
vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) | (A, B) = 0 \Leftrightarrow$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



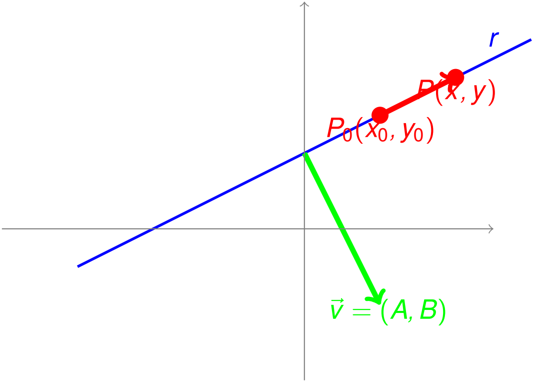
vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) | (A, B) = 0 \Leftrightarrow$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_{C} \Leftrightarrow$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



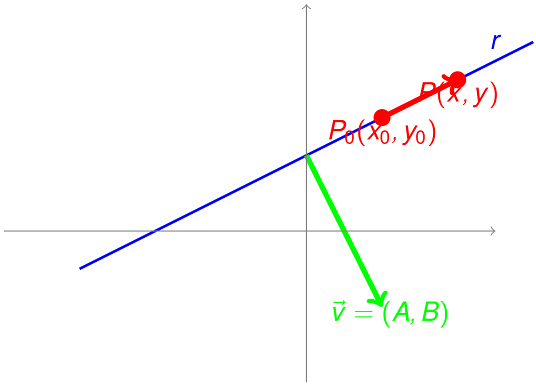
vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) | (A, B) = 0 \Leftrightarrow$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_{C} \Leftrightarrow Ax + By = C$

Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



vector $\perp$ à recta r $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta r são (x, y) : $\vec{P_0P}|\vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0)|(A, B) = 0 \Leftrightarrow$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_{C} \Leftrightarrow Ax + By = C$

A recta r é $\perp$ ao vector (A, B) e passa no ponto (x_0, y_0)

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$

Equação linear

Equação linear com *n* variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n x_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_{n-1} x_{n-1} + a_n x_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito
  $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito
  $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \ldots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito
  $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$ não é uma equação linear

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$ não é uma equação linear
- $x^2 + y^2 = 1$

Equação linear

Equação linear com n variáveis (ou de $\mathbb{R}^n$)

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, ..., n$, com algum $a_i \neq 0$ e $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$ é uma equação linear (de $\mathbb{R}^2$)
- mas tb pode ser uma equação linear de $\mathbb{R}^3$ se isso for dito $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$ não é uma equação linear
- $x^2 + y^2 = 1$ não é uma equação linear

Equações lineares - Interpretação geométrica

Equações lineares - Interpretação geométrica

Equações lineares - Interpretação geométrica

Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em $\mathbb{R}^2$, a equação $a_1 x_1 + a_2 x_2 = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define a recta $\perp$ ao vector (a_1, a_2) que passa num ponto que é solução da equação

Equações lineares - Interpretação geométrica

Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em $\mathbb{R}^2$, a equação $a_1x_1 + a_2x_2 = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define a recta $\perp$ ao vector (a_1, a_2) que passa num ponto que é solução da equação

- Em $\mathbb{R}^3$, a equação $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define o plano $\perp$ ao vector (a_1, a_2, a_3) que passa num ponto que é solução da equação

Equações lineares - Interpretação geométrica

Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em $\mathbb{R}^2$, a equação $a_1x_1 + a_2x_2 = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define a recta $\perp$ ao vector (a_1, a_2) que passa num ponto que é solução da equação

- Em $\mathbb{R}^3$, a equação $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define o plano $\perp$ ao vector (a_1, a_2, a_3) que passa num ponto que é solução da equação

- Em $\mathbb{R}^n$, a equação $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$, em que pelo menos um dos a_i é não nulo, define o hiperplano $\perp$ ao vector $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ que passa num ponto que é solução da equação

Equação linear - Interpretação geométrica

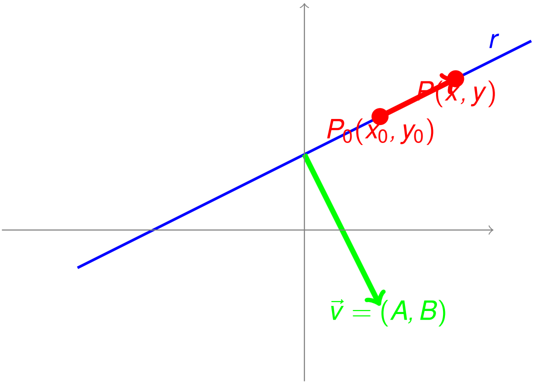
$\mathbb{R}^n$	Equação linear	Int. geométrica
$n = 1$	$4x = 2$	
$n = 2$	$2x + y = -1$	
$n = 2$	$4x = 2$	
$n = 3$	$x + 2y - z = 0$	
$n = 3$	$2x + y = -1$	

Equação linear - Interpretação geométrica

$\mathbb{R}^n$	Equação linear	Int. geométrica
$n=1$	$4x=2$	ponto 1/2
$n=2$	$2x+y=-1$	recta $\perp$ ao vector (2,1) e passa no ponto (0,-1)
$n=2$	$4x=2$	recta vertical que passa no ponto (1/2,0)
$n=3$	$x+2y-z=0$	plano $\perp$ ao vector (1,2,-1) e passa no ponto (0,0,0)
$n=3$	$2x+y=-1$ $(2x+y+0z=-1)$	plano $\perp$ ao vector (2,1,0) e passa no ponto (0,-1,2)

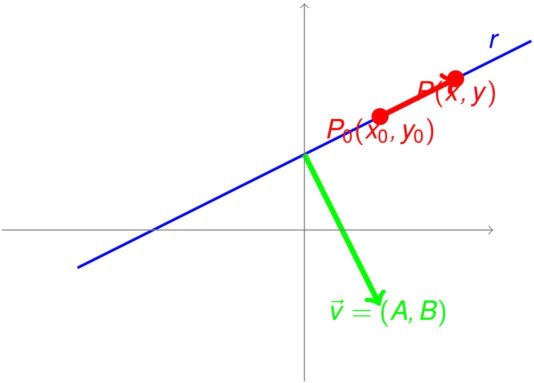
Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Rectas não verticais



Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

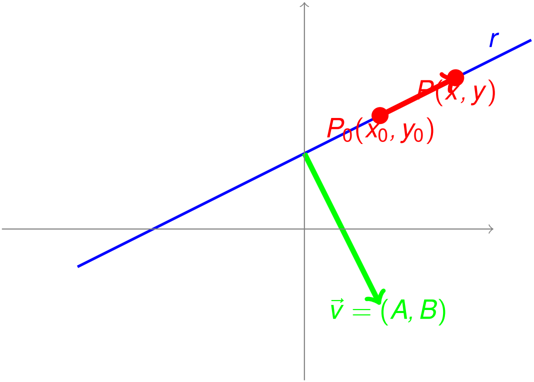
Rectas não verticais



$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

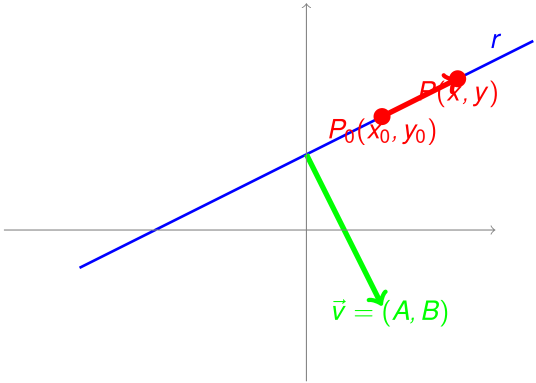
Rectas não verticais



$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow B(y - y_0) = -A(x - x_0)$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

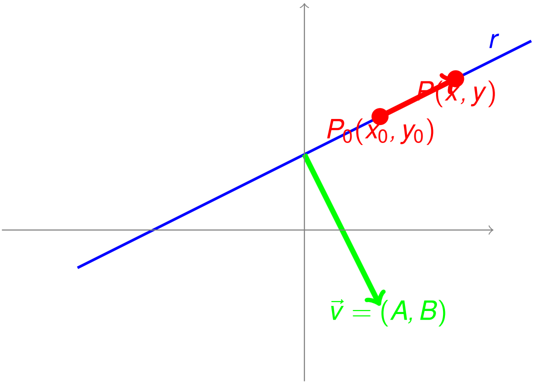
Rectas não verticais



$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow B(y - y_0) = -A(x - x_0) \underbrace{\Leftrightarrow}_{B \neq 0} y - y_0 = -\frac{A}{B}(x - x_0) \Leftrightarrow$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Rectas não verticais

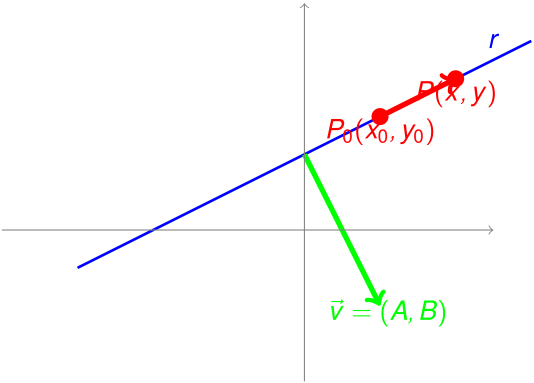


$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow B(y - y_0) = -A(x - x_0) \underbrace{\Leftrightarrow}_{B \neq 0} y - y_0 = -\frac{A}{B}(x - x_0) \Leftrightarrow$$

$$y = y_0 - \frac{A}{B}(x - x_0)$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Rectas não verticais



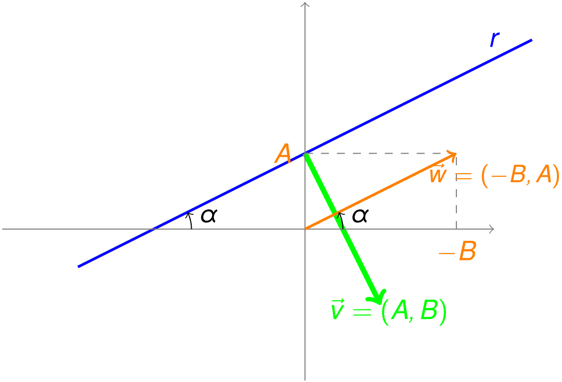
$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow B(y - y_0) = -A(x - x_0) \underbrace{\Leftrightarrow}_{B \neq 0} y - y_0 = -\tfrac{A}{B}(x - x_0) \Leftrightarrow$$

$$y = y_0 - \frac{A}{B}(x - x_0)$$

O que é $-\dfrac{A}{B}$?

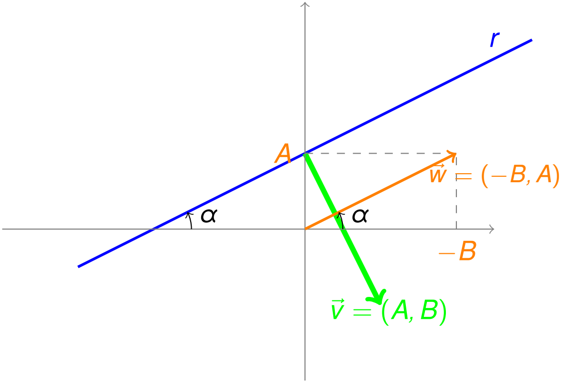
Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

O que é $-\dfrac{A}{B}$?



Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

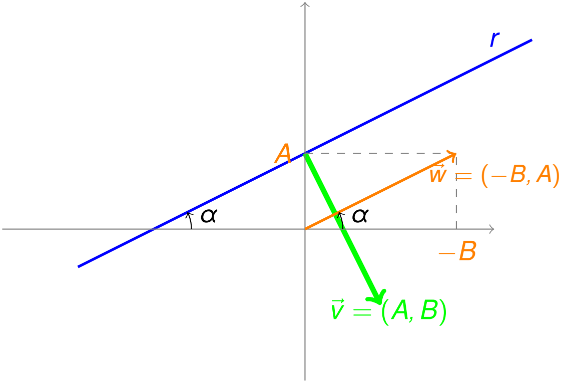
O que é $-\dfrac{A}{B}$?



Declive da recta - $\tan\alpha$ (α é o menor ângulo positivo que a recta faz com o eixo das abcissas)

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

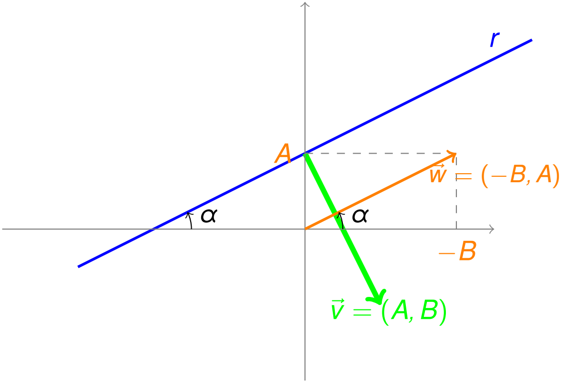
O que é $-\dfrac{A}{B}$?



Declive da recta - $\tan\alpha$ (α é o menor ângulo positivo que a recta faz com o eixo das abcissas) $\qquad \tan\alpha = \dfrac{A}{-B} =$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

O que é $-\dfrac{A}{B}$?



Declive da recta - $\tan\alpha$ (α é o menor ângulo positivo que a recta faz com o eixo das abcissas) $\tan\alpha = \dfrac{A}{-B} = -\dfrac{A}{B}$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Leftrightarrow$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Leftrightarrow y = y_0 + mx - mx_0 \Leftrightarrow$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Leftrightarrow y = y_0 + mx - mx_0 \Leftrightarrow y = mx + \underbrace{y_0 - mx_0}_{b} \Leftrightarrow$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Leftrightarrow y = y_0 + mx - mx_0 \Leftrightarrow y = mx + \underbrace{y_0 - mx_0}_{b} \Leftrightarrow$$

$$y = mx + b$$

Voltando às rectas em $\mathbb{R}^2$

Equação declive-ponto de uma recta não vertical

- Recta com declive m e passa no ponto (x_0, y_0)

$$y = y_0 + m(x - x_0)$$

$$y = y_0 + m(x - x_0) \Leftrightarrow y = y_0 + mx - mx_0 \Leftrightarrow y = mx + \underbrace{y_0 - mx_0}_{b} \Leftrightarrow$$

$$y = mx + b$$

Equação declive-ordenada na origem de uma recta não vertical

- Recta com declive m e ordenada na origem b

$$y = mx + b$$

Exemplo

- Equação da recta com declive 3 e passa no ponto $(1, 2)$

$$y = 2 + 3(x - 1)$$

Exemplo

- Equação da recta com declive 3 e passa no ponto $(1, 2)$

$$y = 2 + 3(x - 1)$$

- Equação da recta com declive 2 e ordenada na origem 3

$$y = 2x + 3$$

Sistema linear

Sistema linear - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	
$n = 2$	2	
$n = 3$	3	

Sistema linear

Sistema linear - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	$\cap$ de pontos
$n = 2$	2	$\cap$ de rectas
$n = 3$	3	$\cap$ de planos

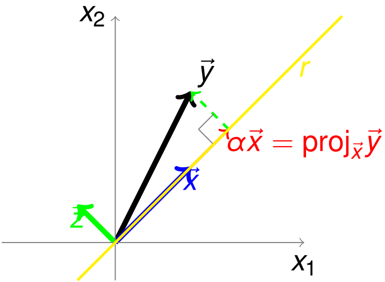
Sistema linear

Sistema linear - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	$\cap$ de pontos
$n = 2$	2	$\cap$ de rectas
$n = 3$	3	$\cap$ de planos

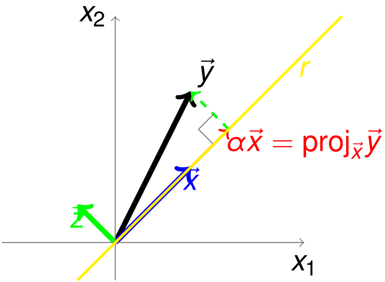
Uma recta em $\mathbb{R}^3$ é definida por duas equações lineares correspondentes a dois planos concorrentes.

Projecção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



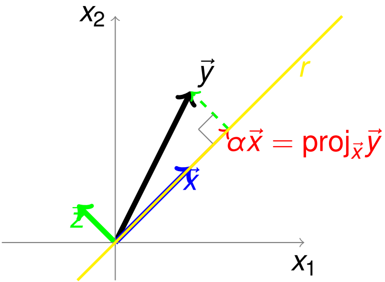
- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$ em que $\vec{x}$ é um vector da recta r

Projecção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



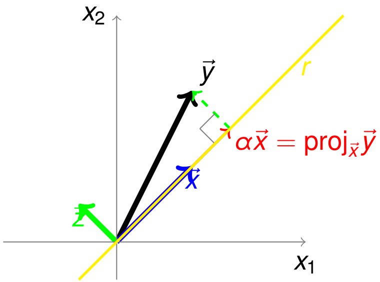
- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$ em que $\vec{x}$ é um vector da recta r
- A $\text{proj}_r\vec{y}$ é o vector da recta r mais próximo de $\vec{y}$

Projecção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



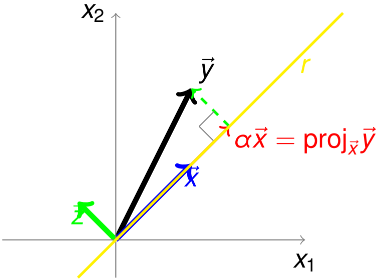
- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$ em que $\vec{x}$ é um vector da recta r
- A $\text{proj}_r\vec{y}$ é o vector da recta r mais próximo de $\vec{y}$
- A distância do vector $\vec{y}$ à recta r é dada por $||\vec{y} - \text{proj}_r\vec{y}||$

Exemplo



A recta r é $y = x$ que tem o vector $\vec{x} = (1, 1)$

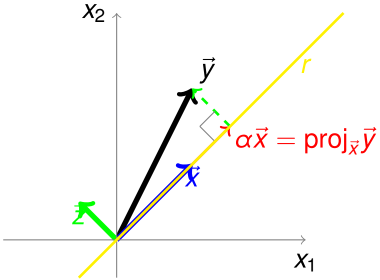
Exemplo



A recta r é $y = x$ que tem o vector $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = (3/2, 3/2)$

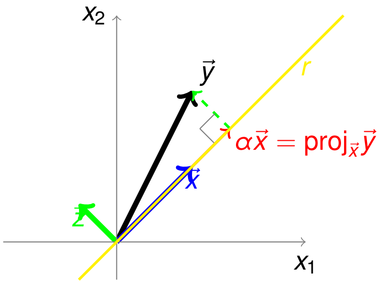
Exemplo



A recta r é $y = x$ que tem o vector $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_r \vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = (3/2, 3/2)$
- O vector $(3/2, 3/2)$ é o vector da recta r mais próximo de $\vec{y}$

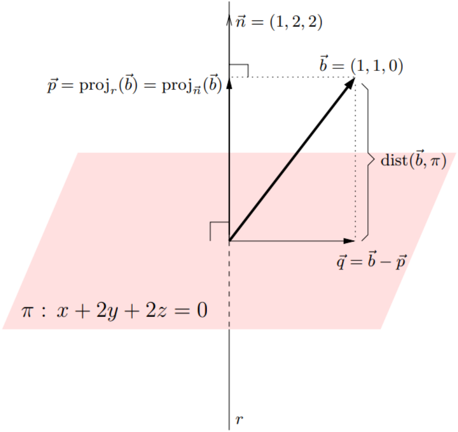
Exemplo



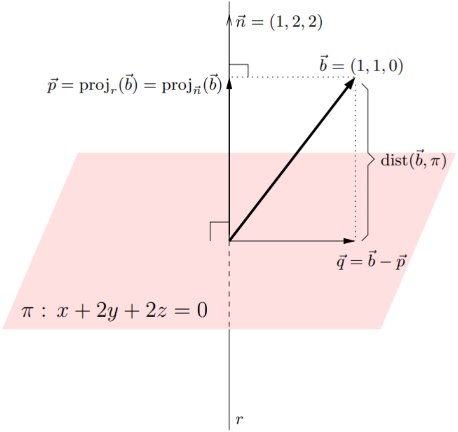
A recta r é $y = x$ que tem o vector $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = (3/2, 3/2)$
- O vector $(3/2, 3/2)$ é o vector da recta r mais próximo de $\vec{y}$
- A distância do vector $\vec{y}$ à recta r é dada por $||\vec{y} - \text{proj}_r\vec{y}|| = ||(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})|| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Distância de um vector a um plano que passa na origem



Distância de um vector a um plano que passa na origem



- $d(\vec{y},\pi) = ||\mathrm{proj}_{\vec{n}}\vec{y}||$

TPC + Bons estudos!

Exercícios 57 a 60.