Matemática I

TPC - Para 29 Out 2021

Isabel Martins

Resumo

1 Planos e rectas em $\mathbb{R}^3$ - Exercícios

Planos e rectas em $\mathbb{R}^3$ - Exercícios

Exercícios

1. Escreva a equação vectorial para cada um dos seguintes planos:
   a) Contém o ponto $A = (1, 2, 0)$ e é paralelo aos vectores $\vec{u} = (1, 1, 0)$ e $\vec{v} = (2, 3, -1)$
   b) Contém os pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vector $\vec{v} = (2, 1, 0)$
   c) Contém os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, -1, 0)$
   d) Contém o ponto $A = (1, -1, 1)$ e a recta $(x, y, z) = (0, 2, 2) + k(1, 1, -1)$ com $k \in \mathbb{R}$.
2. Verifique quais dos seguintes vectores são paralelos ao plano $\pi : 4x - 6y + z - 3 = 0$
   a) (-1,-2,3)
   b) (0,1,6)
   c) (3,2,0)
   d) (-3,2,24).
3. Obtenha um vector normal a cada um dos seguintes planos
   a) Contém os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ e $C = (1, 2, 3)$
   b) $(x, y, z) = (1, 2, 0) + k(1, -1, 1) + l(0, 1, -2)$ com $k, l \in \mathbb{R}$
   c) $x - 2y + 4z + 1 = 0$.

Exercícios

4. Mostre que o ponto $P = (4, 1, -1)$ não pertence à recta $r : (x, y, z) = (2, 4, 1) + k(1, -1.2)$, com $k \in \mathbb{R}$, e escreva a equação geral do plano determinado por P e r.

5. Determine a intersecção da recta $r : (x, y, z) = (-1, -1, 0) + k(1, -1. -1)$, com $k \in \mathbb{R}$, e o plano $\pi : x + y + z + 1 = 0$.

6. Considere que a recta $r : (x, y, z) = (1, 1, 1) + k(2, m.1)$, com $k \in \mathbb{R}$, é paralela ao plano $\pi : (x, y, z) = (0, 0, 0) + k(1, 2, 0) + l(1, 0, 1)$ com $k, l \in \mathbb{R}$. Calcule m.

7. Considere que a recta $r : (x, y, z) = (n, 2, 0) + k(2, m.1)$, com $k \in \mathbb{R}$, está no plano $\pi : x - 3y + z = 1$. Calcule m e n.

8. Estude a posição relativa dos seguintes planos

   a) $2x - y + 2z - 1 = 0$ e $4x - 2y + 4z = 0$
   b) $x - y + 2z - 2 = 0$ e $(x, y, z) = (0, 0, 1) + k(1, 0, 3) + l(-1, 1, 1)$ com $k, l \in \mathbb{R}$.

Exercícios

9. Escreva a equação vectorial da recta que contém o ponto P e é ortogonal ao plano π

   a) $P = (1, 3, 7)$ e $\pi : 2x - y + z = 6$
   b) $P = (0, 0, 0)$ e $\pi : (x, y, z) = (1, 0, 0) + k(-1, 1, 1) + l(-1, 1, 0)$ com $k, l \in \mathbb{R}$.