

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

1º teste de Álgebra Linear

20 de novembro de 2021 - Duração: 1h30

Guarde todos os equipamentos eletrônicos, incluindo telemóveis, calculadoras e *smartwatches* na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente. O incumprimento das regras leva à **anulação da prova**.

Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas.

[5.5v] 1. Considere $A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & 0 \\ \alpha & 1 & 2 \\ 0 & -1 & \alpha \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = [u_1 \ u_2 \ u_3]$ e $b = (2, -1, 0, \beta)$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

b) Indique os valores de α, β para os quais:

i) $(-4, 1, 1)$ é solução de $Ax = b$.

ii) $[u_1 \ u_2 \ u_3 \ b]$ é invertível.

No que se segue considere $\alpha = 1$ e $\beta = -1$.

c) Indique uma base e a dimensão de $\langle u_1, u_2, u_3, b \rangle$.

d) Escreva u_3 como combinação linear de u_1 e u_2 . O conjunto $\{u_1, u_2, u_3\}$ é linearmente independente?

e) Indique uma base de $\mathbb{R}^3$ que inclua o vetor $(-4, 1, 1)$.

[3v] 2. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

a) Descreva $\mathcal{C}(A)$ analítica e geometricamente.

b) Justifique que $\mathcal{N}(A) = \langle (1, 1, 1, 1), (-1, -2, -2, -1) \rangle$.

c) Determine um vetor ortogonal a $\mathcal{N}(A)$ que seja unitário.

[1.5v] 3. a) Defina subespaço vetorial de $\mathbb{R}^m$.

b) Sejam $v_1, v_2, v_3, v_4 \in \mathbb{R}^m$ e $A = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4]$ tal que $\mathcal{N}(A) = \langle (1, 0, 2, 1), (2, 0, 1, 0) \rangle$. Determine uma base de $\mathcal{C}(A)$.