

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

1º Teste de Álgebra Linear (A)

8 de novembro de 2019 - Duração 1h30

Número:

Nome:

Turma:

[3.5v] 1. Considere $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ \alpha & \alpha & 0 \\ 0 & \alpha & -1 \end{bmatrix} = [v_1 | v_2 | v_3]$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -3 \\ \beta \\ -4 \end{bmatrix}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

b) Indique, justificando para que valores de α :

i) O ângulo entre v_1 e v_3 é $\frac{\pi}{3}$.

ii) A é invertível.

c) Considerando $\alpha = 1$ determine uma matriz B tal que $BA = 2I$.

[3v] 2. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & -3 & 11 \\ -1 & 3 & -9 & 7 \end{bmatrix} = [u_1 | u_2 | u_3 | u_4]$.

a) Indique uma base e a dimensão de $\mathcal{N}(A)$.

b) Escreva o vetor u_4 como combinação linear dos vetores u_1 , u_2 e u_3 .

c) Determine um vetor não nulo de $\mathcal{C}(A)$ ortogonal a u_1 .

[2.5v] 3. Seja A uma matriz do tipo 2×4 cujo espaço nulo admite a base $\{(2, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 3)\}$ e $w = (-1, 0, -2, 9)$.

a) Indique a característica de A .

b) Mostre que $Aw = 0$.

c) Dê exemplo de uma matriz A nas condições do enunciado.

[1v] 4. Seja $\{v_1, \dots, v_n\}$ um conjunto linearmente independente de vetores de $\mathbb{R}^m$ e considere a matriz $A = [v_1 | v_2 | \dots | v_n]$. Sejam x e y vetores de $\mathbb{R}^m$ tais que $Ax = Ay$. Prove que $x = y$.

Resolução: