

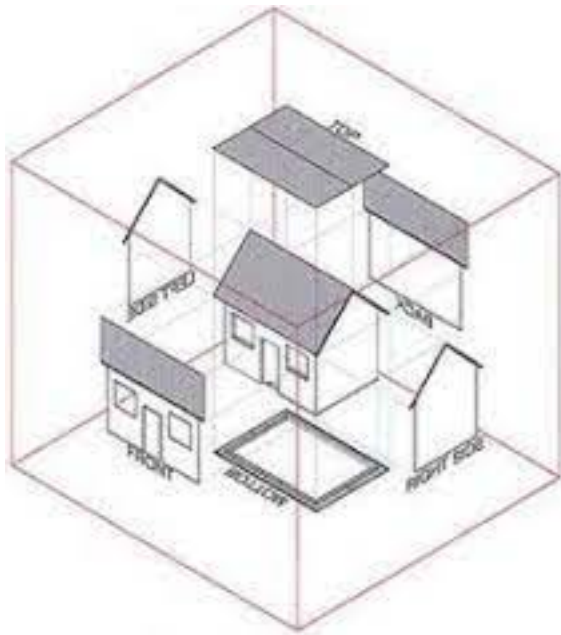
# **Matemática I - 2022/23**

Aula 7 Out

**Isabel Martins**

# Sinopse

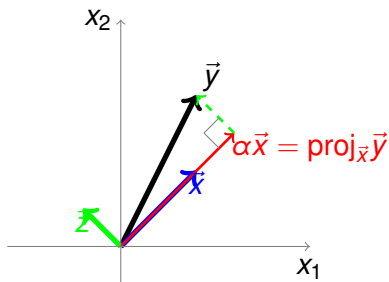
- 1 **Vectores**  
Introdução às projecções ortogonais
- 2 **Rectas e planos**
- 3 **Para a próxima aula**
- 4 **TPC**



# Vectores

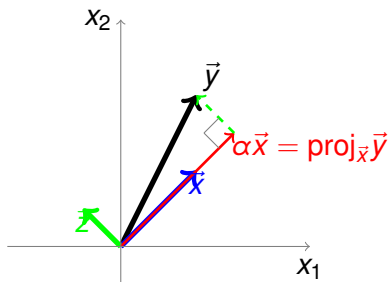
Introdução às projecções ortogonais

# Projeção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x} \neq \vec{0}$



- $\vec{y} = \alpha\vec{x} + \vec{z}$  tal que  $\vec{z} \perp \vec{x}$

# Projecção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x} \neq \vec{0}$



- $\vec{y} = \alpha\vec{x} + \vec{z}$  tal que  $\vec{z} \perp \vec{x}$

A  $\alpha\vec{x}$  chama-se *projecção ortogonal do vector  $\vec{y}$  sobre o vector  $\vec{x}$* ,  $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} =$$



# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) =$$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_0 =$$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = \alpha \vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_0 = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_0 = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Assim,  $\vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_0 = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

$$\text{Assim, } \vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow \alpha = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}$$

# Como se calcula?

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \alpha\vec{x}$

$$\vec{x}|\vec{y} = \vec{x}|(\alpha\vec{x} + \vec{z}) = \vec{x}|(\alpha\vec{x}) + \underbrace{\vec{x}|\vec{z}}_0 = \alpha(\vec{x}|\vec{x})$$

Assim,  $\vec{x}|\vec{y} = \alpha(\vec{x}|\vec{x}) \Leftrightarrow \alpha = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}$

## Projecção ortogonal do vector $\vec{y}$ sobre o vector $\vec{x} \neq \vec{0}$

Seja  $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$  e  $x \neq \vec{0}$

A *projecção ortogonal de  $\vec{y}$  sobre  $\vec{x}$*  é

$$\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x}$$

# Exemplo 1

- $\vec{y} = (1, 2), \vec{x} = (1, 1)$

# Exemplo 1

- $\vec{y} = (1, 2)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} =$



# Exemplo 1

- $\vec{y} = (1, 2)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{\vec{x} \cdot \vec{x}} \vec{x} =$

# Exemplo 1

- $\vec{y} = (1, 2)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$
- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} = \frac{(1, 1)|(1, 2)}{(1, 1)|(1, 1)}(1, 1) =$

# Exemplo 1

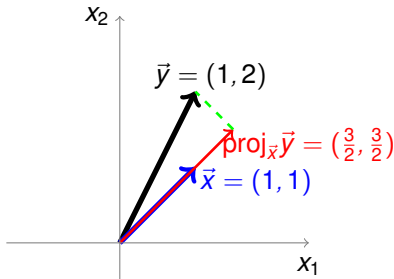
- $\vec{y} = (1, 2), \vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}} \vec{x} = \frac{(1, 1)|(1, 2)}{(1, 1)|(1, 1)} (1, 1) = \frac{3}{2} (1, 1) =$

# Exemplo 1

■  $\vec{y} = (1, 2)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

■  $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} = \frac{(1, 1)|(1, 2)}{(1, 1)|(1, 1)}(1, 1) = \frac{3}{2}(1, 1) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$



## Exemplo 2

- $\vec{y} = (-2, 1), \vec{x} = (1, 1)$

## Exemplo 2

- $\vec{y} = (-2, 1)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} =$

## Exemplo 2

- $\vec{y} = (-2, 1)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} =$

## Exemplo 2

- $\vec{y} = (-2, 1)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} = \frac{(1, 1)|(-2, 1)}{(1, 1)|(1, 1)}(1, 1) =$



## Exemplo 2

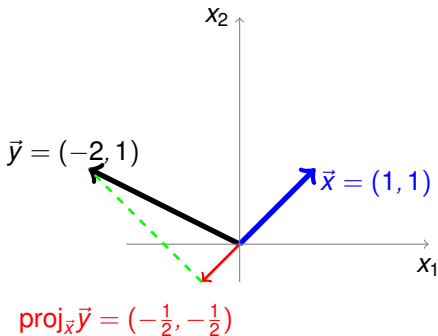
- $\vec{y} = (-2, 1)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} = \frac{(1, 1)|(-2, 1)}{(1, 1)|(1, 1)}(1, 1) = -\frac{1}{2}(1, 1) =$

## Exemplo 2

■  $\vec{y} = (-2, 1)$ ,  $\vec{x} = (1, 1)$

■  $\text{proj}_{\vec{x}}\vec{y} = \frac{\vec{x}|\vec{y}}{\vec{x}|\vec{x}}\vec{x} = \frac{(1, 1)|(-2, 1)}{(1, 1)|(1, 1)}(1, 1) = -\frac{1}{2}(1, 1) = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$



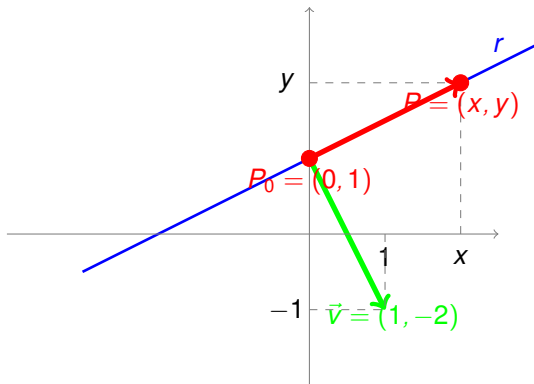
# Rectas e planos

# Relembrar que

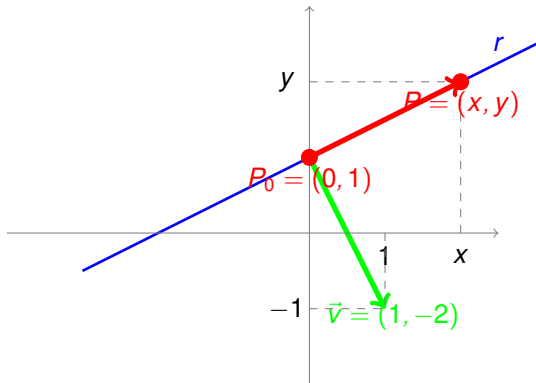
Dois vectores de  $\mathbb{R}^n$  são perpendiculares (ortogonais) entre si se e só se o seu produto interno é zero

$$\vec{x} \perp \vec{y} \Leftrightarrow \vec{x} \cdot \vec{y} = 0$$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

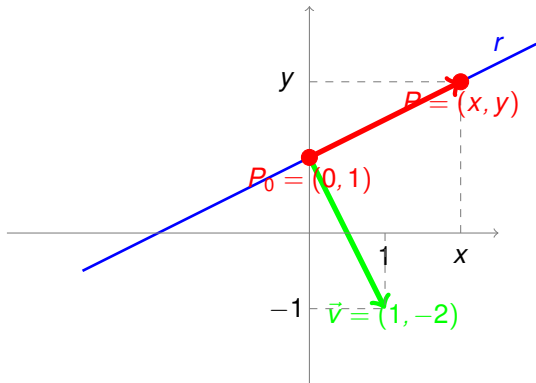


# Recta em $\mathbb{R}^2$



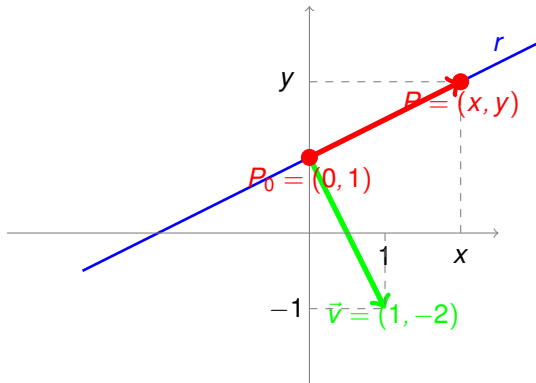
vector  $\perp$  à recta  $r$

# Recta em $\mathbb{R}^2$



vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

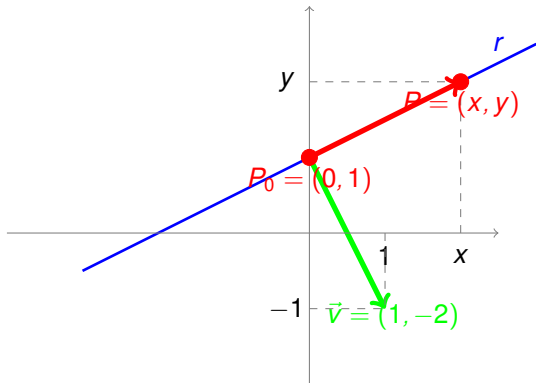


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$



# Recta em $\mathbb{R}^2$

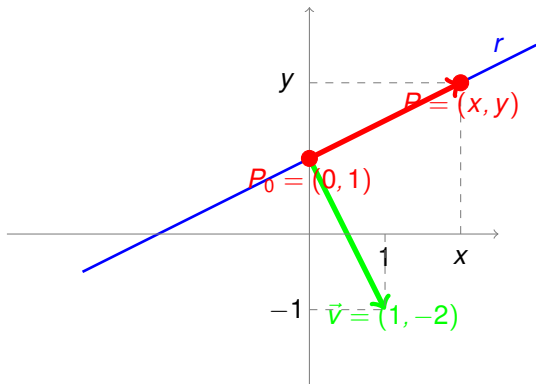


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$$(x - 0, y - 1) \cdot (1, -2) = 0 \Leftrightarrow$$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

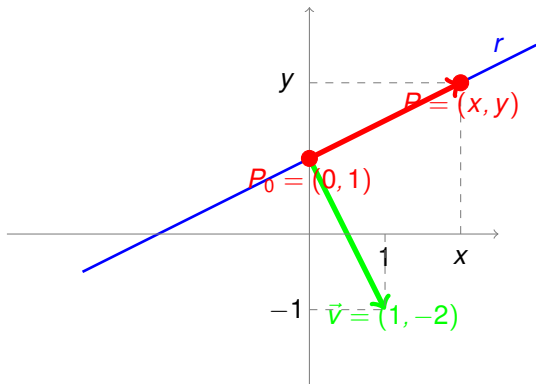


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$$(x - 0, y - 1) \cdot (1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

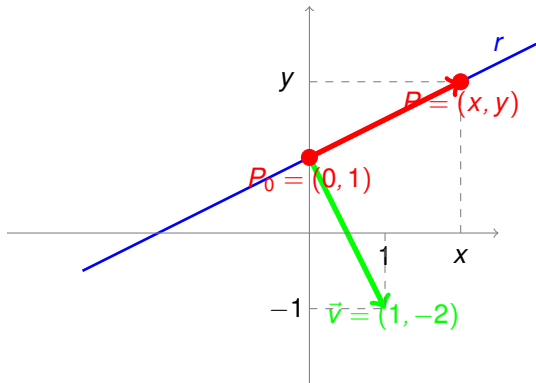


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$$(x - 0, y - 1) \cdot (1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2y = -2$$

# Recta em $\mathbb{R}^2$



vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (1, -1) - (0, 1) = (1, -2)$

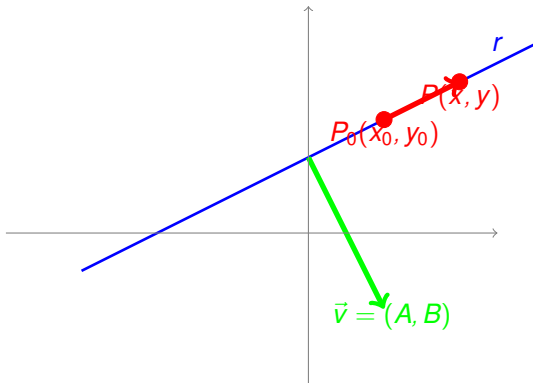
Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $P_0 \vec{P} | \vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

$$(x - 0, y - 1) | (1, -2) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 1x - 2y = -2$$

A recta  $r$  é  $\perp$  ao vector  $(1, -2)$  e passa no ponto  $(0, 1)$

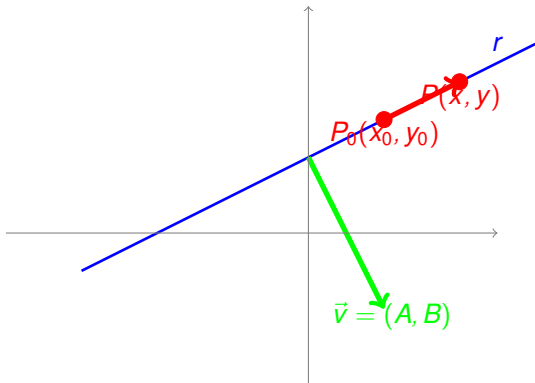
# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



# Recta em $\mathbb{R}^2$

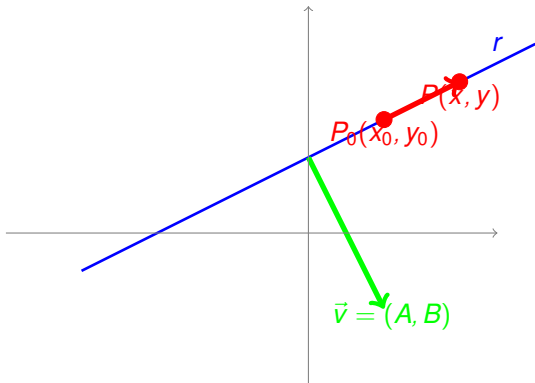
Genericamente,



vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

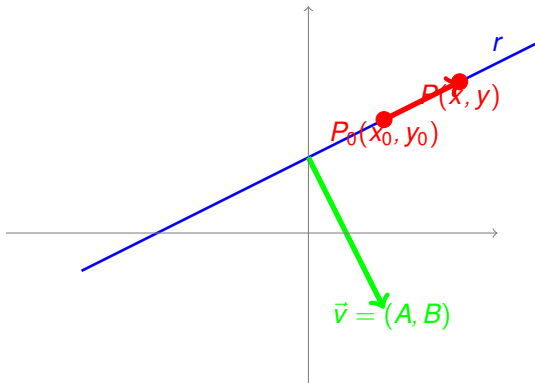


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $P_0\vec{P}|\vec{v} = 0 \Leftrightarrow$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



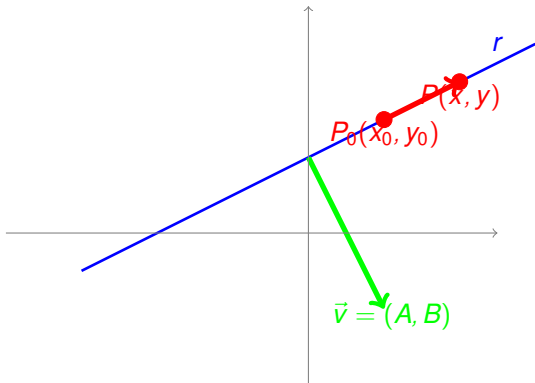
vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) \cdot (A, B) = 0 \Leftrightarrow$



# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

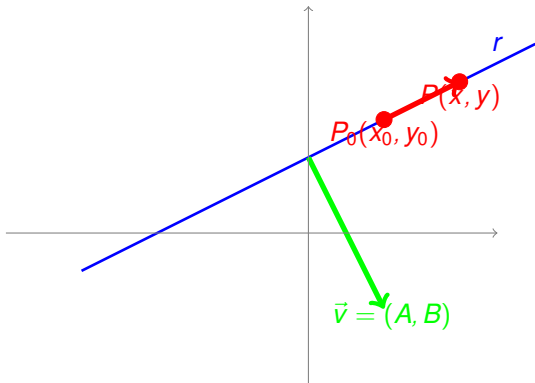


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) \cdot (A, B) = 0 \Leftrightarrow$   
 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

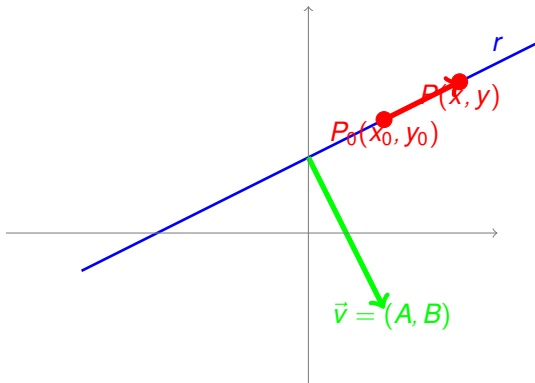


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) \cdot (A, B) = 0 \Leftrightarrow$   
 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_C \Leftrightarrow$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,

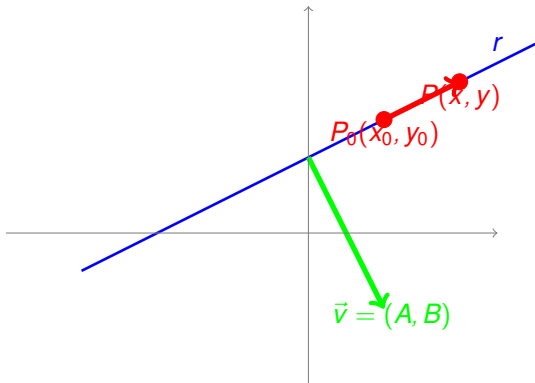


vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) \cdot (A, B) = 0 \Leftrightarrow$   
 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_C \Leftrightarrow Ax + By = C$

# Recta em $\mathbb{R}^2$

Genericamente,



vector  $\perp$  à recta  $r$   $\vec{v} = (A, B)$

Os pontos da recta  $r$  são  $(x, y)$  :  $\vec{P_0P} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (x - x_0, y - y_0) \cdot (A, B) = 0 \Leftrightarrow$   
 $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By = \underbrace{Ax_0 + By_0}_C \Leftrightarrow Ax + By = C$

A recta  $r$  é  $\perp$  ao vector  $(A, B)$  e passa no ponto  $(x_0, y_0)$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

■  $x_1 - 2x_2 = -2$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito



# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito  
 $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito  
 $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito  
 $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$  não é uma equação linear

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito  
 $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$  não é uma equação linear
- $x^2 + y^2 = 1$

# Equação linear

Equação linear com  $n$  variáveis (ou de  $\mathbb{R}^n$ )

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n = b$$

$a_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, n$ , com algum  $a_i \neq 0$  e  $b \in \mathbb{R}$

- $x_1 - 2x_2 = -2$  é uma equação linear (de  $\mathbb{R}^2$ )
- mas tb pode ser uma equação linear de  $\mathbb{R}^3$  se isso for dito  
 $x_1 - 2x_2 + 0x_3 = -2$
- $y = x^2 + 1$  não é uma equação linear
- $x^2 + y^2 = 1$  não é uma equação linear

# Equações lineares - Interpretação geométrica

## Equações lineares - Interpretação geométrica

# Equações lineares - Interpretação geométrica

## Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em  $\mathbb{R}^2$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define a recta  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2)$  que passa num ponto que é solução da equação

# Equações lineares - Interpretação geométrica

## Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em  $\mathbb{R}^2$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define a recta  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2)$  que passa num ponto que é solução da equação
- Em  $\mathbb{R}^3$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define o plano  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2, a_3)$  que passa num ponto que é solução da equação



# Equações lineares - Interpretação geométrica

## Equações lineares - Interpretação geométrica

- Em  $\mathbb{R}^2$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define a recta  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2)$  que passa num ponto que é solução da equação
- Em  $\mathbb{R}^3$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define o plano  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2, a_3)$  que passa num ponto que é solução da equação
- Em  $\mathbb{R}^n$ , a equação  $a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$ , em que pelo menos um dos  $a_i$  é não nulo, define o hiperplano  $\perp$  ao vector  $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$  que passa num ponto que é solução da equação

# Equação linear - Interpretação geométrica

$\mathbb{R}^n$	Equação linear	Int. geométrica
$n = 1$	$4x = 2$	
$n = 2$	$2x + y = -1$	
$n = 2$	$4x = 2$	
$n = 3$	$x + 2y - z = 0$	
$n = 3$	$2x + y = -1$	

# Equação linear - Interpretação geométrica

$\mathbb{R}^n$	Equação linear	Int. geométrica
$n = 1$	$4x = 2$	ponto $1/2$
$n = 2$	$2x + y = -1$	recta $\perp$ ao vector $(2,1)$ e passa no ponto $(0,-1)$
$n = 2$	$4x = 2$	recta vertical que passa no ponto $(1/2,0)$
$n = 3$	$x + 2y - z = 0$	plano $\perp$ ao vector $(1,2,-1)$ e passa no ponto $(0,0,0)$
$n = 3$	$2x + y = -1$ $(2x + y + 0z = -1)$	plano $\perp$ ao vector $(2,1,0)$ e passa no ponto $(0,-1,2)$

# Sistema linear

**Sistema linear** - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	
$n = 2$	2	
$n = 3$	3	

# Sistema linear

**Sistema linear** - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	$\cap$ de pontos
$n = 2$	2	$\cap$ de rectas
$n = 3$	3	$\cap$ de planos

# Sistema linear

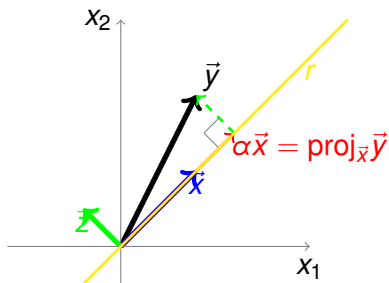
**Sistema linear** - conjunto finito de equações lineares aplicadas num mesmo conjunto, igualmente finito, de variáveis.

$\mathbb{R}^n$	N. variáveis	Int. geométrica
$n = 1$	1	$\cap$ de pontos
$n = 2$	2	$\cap$ de rectas
$n = 3$	3	$\cap$ de planos

Uma recta em  $\mathbb{R}^3$  é definida por duas equações lineares correspondentes a dois planos concorrentes.

**Para a próxima aula**

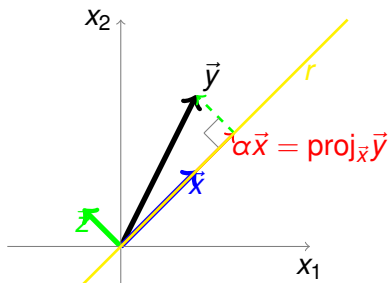
# Projeção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



- $\text{proj}_r \vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}} \vec{y}$  em que  $\vec{x}$  é um vector da recta  $r$

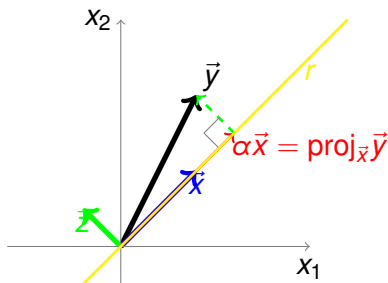


# Projecção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



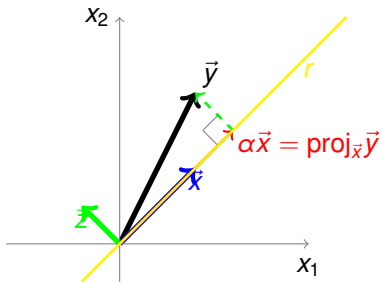
- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$  em que  $\vec{x}$  é um vector da recta  $r$
- A  $\text{proj}_r\vec{y}$  é o vector da recta  $r$  mais próximo de  $\vec{y}$

# Projecção ortogonal de um vector sobre uma recta que passa na origem



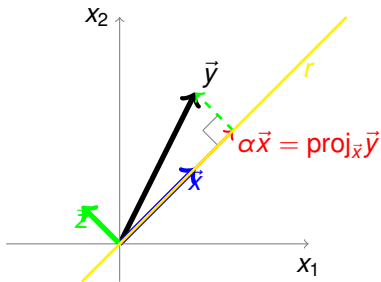
- $\text{proj}_r\vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}}\vec{y}$  em que  $\vec{x}$  é um vector da recta  $r$
- A  $\text{proj}_r\vec{y}$  é o vector da recta  $r$  mais próximo de  $\vec{y}$
- A distância do vector  $\vec{y}$  à recta  $r$  é dada por  $\|\vec{y} - \text{proj}_r\vec{y}\|$

# Exemplo



A recta  $r$  é  $y = x$  que tem o vector  $\vec{x} = (1, 1)$

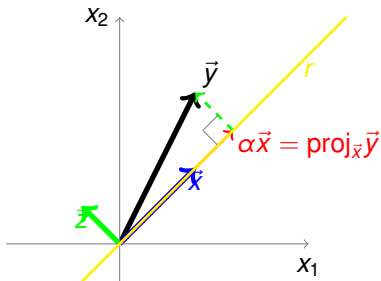
# Exemplo



A recta  $r$  é  $y = x$  que tem o vector  $\vec{x} = (1, 1)$

■  $\text{proj}_r \vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = (3/2, 3/2)$

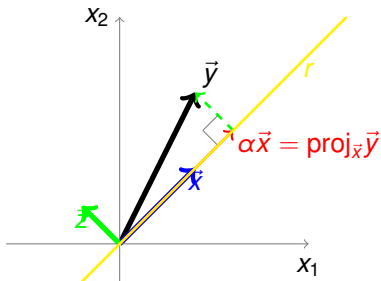
# Exemplo



A recta  $r$  é  $y = x$  que tem o vector  $\vec{x} = (1, 1)$

- $\text{proj}_r \vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = (3/2, 3/2)$
- O vector  $(3/2, 3/2)$  é o vector da recta  $r$  mais próximo de  $\vec{y}$

# Exemplo



A recta  $r$  é  $y = x$  que tem o vector  $\vec{x} = (1, 1)$

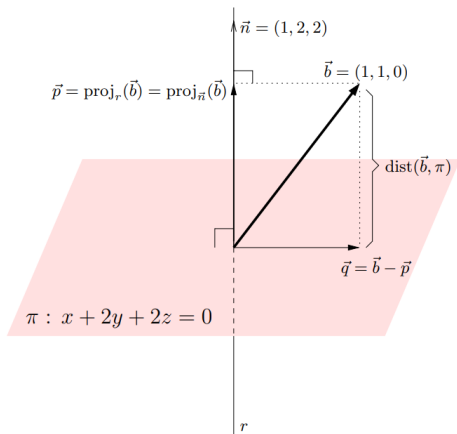
■  $\text{proj}_r \vec{y} = \text{proj}_{\vec{x}} \vec{y} = (3/2, 3/2)$

■ O vector  $(3/2, 3/2)$  é o vector da recta  $r$  mais próximo de  $\vec{y}$

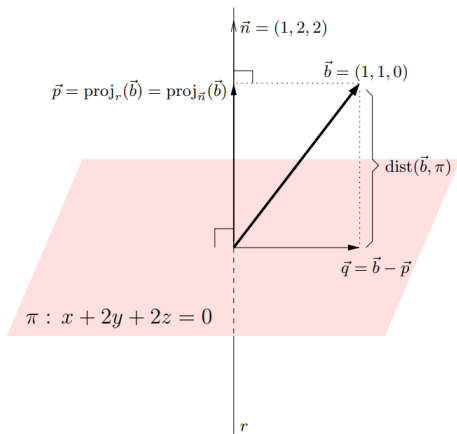
■ A distância do vector  $\vec{y}$  à recta  $r$  é dada por  $\|\vec{y} - \text{proj}_r \vec{y}\| = \|(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\| =$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

# Distância de um vector a um plano que passa na origem



# Distância de um vector a um plano que passa na origem



■  $d(\vec{y}, \pi) = \|\text{proj}_{\vec{n}}\vec{y}\|$



**TPC**

# TPC + Bons estudos!

Da lista de Exercícios de “Noções de geometria analítica”

Exercícios 56 + 61

Responder ao formulário <https://forms.gle/yQoE3pHqqd8Mqwm17>

