

Matemática I

24 Out 2022

Isabel Martins

Sinopse

1 Sucessão de Fibonacci

Sucessão de Fibonacci

Sucessão de Fibonacci

Sucessão de Fibonacci

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 3$$

$$a_5 = 5$$

$$a_6 = 8$$

$$a_7 = 13$$

$$a_8 = 21$$

$$a_9 = 34$$

$$a_{10} = 55$$

...

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ para } n \geq 3$$

...

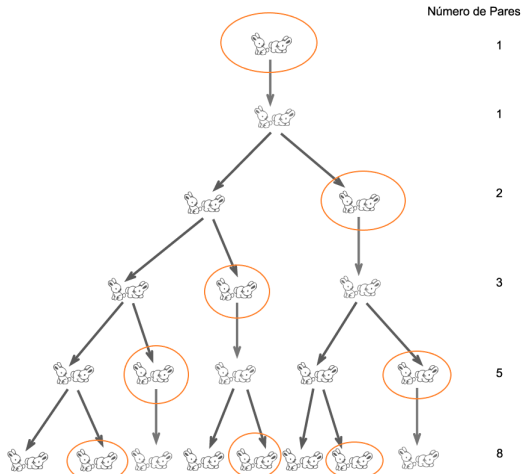
Solução de um problema de criação de coelhos

Problema de criação de coelhos

“Um par de coelhos, macho e fêmea, nasce no início de um dado mês num determinado local, inteiramente cercado por uma parede. Quantos pares de coelhos nascerão durante um ano, se a natureza destes coelhos é tal que

- em cada parto, nasce um macho e uma fêmea
- cada par de coelhos irmãos acasala apenas entre si
 - pela primeira vez com 1 mês de idade (início da idade fértil)
 - tendo crias pela primeira vez com 2 meses de idade
- todos os meses, cada casal de irmãos fértil dá um novo casal
- os coelhos nunca morrem.”

Solução de um problema de criação de coelhos



Problemas

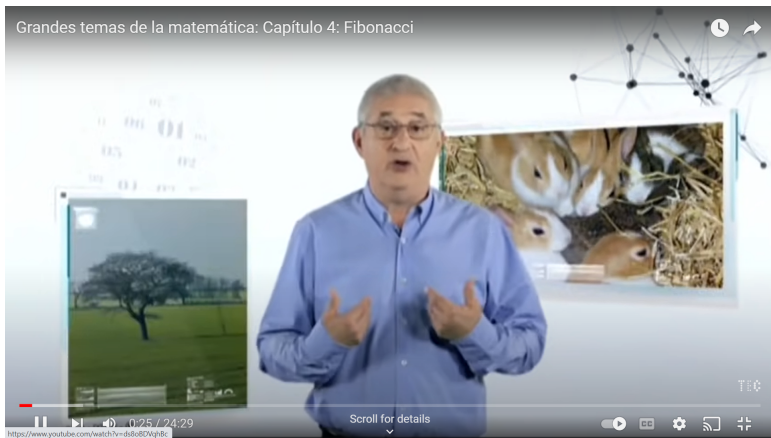
Soma de 10 números consecutivos

A soma de 10 números de Fibonacci consecutivos é sempre igual ao sétimo desses 10 números multiplicado por 11. Porquê?

Sugestão: Comece por atribuir as letras a e b aos dois primeiros de 10 números de Fibonacci consecutivos.

Sucessão de Fibonacci

- <https://www.youtube.com/watch?v=0d4o57l3rn4>



Os números de Fibonacci e a divina proporção

Os números de Fibonacci e o número de ouro φ

$$\frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.666\dots$$

$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615\dots$$

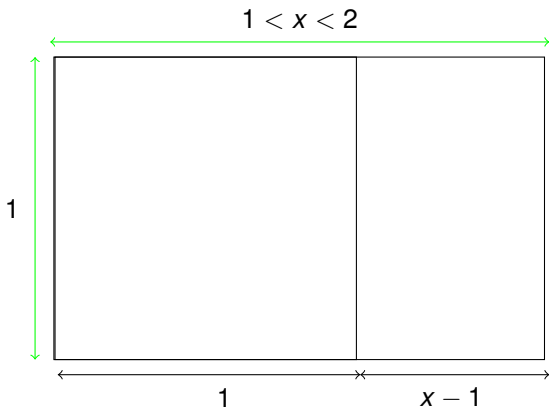
$$\frac{34}{21} = 1.619\dots$$

...

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{a_{n-1}} = 1.6180339\dots = \varphi$$

Rectângulo de ouro

Que $1 < x < 2$ tal que os rectângulos maior e menor são semelhantes?



Os rectângulos maior e menor são **semelhantes**: a proporção entre o lado maior e o lado menor é igual nos dois rectângulos $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$

Rectângulo de ouro

$$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1} \iff x(x-1) = 1 \iff x^2 - x - 1 = 0 \iff$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{1 - 4(1)(-1)}}{2} \vee x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4(1)(-1)}}{2} \iff x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339... = \varphi$$

Rectângulo de ouro

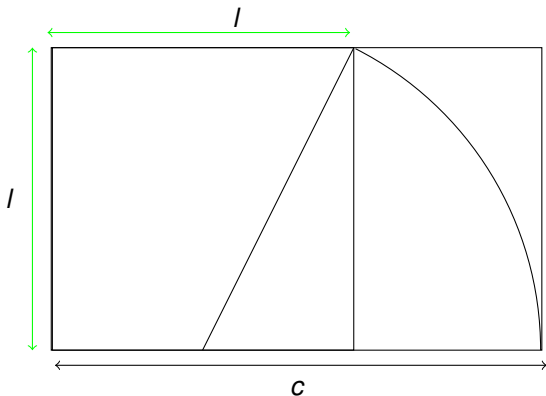
Num rectângulo de ouro, a proporção entre o lado maior e o lado menor é o número de ouro φ .

O número de ouro

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339....$$

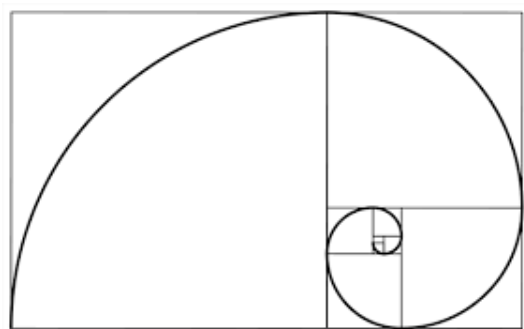
Rectângulo de ouro

Obtenção de um rectângulo de ouro a partir de um quadrado de lado l



$$\frac{c}{l} = \varphi. \text{ Justifique!}$$

Espiral de Fibonacci



Secção de ouro



$$\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \varphi \quad \text{Propriedade:} \quad \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}}$$

Secção de ouro

Num segmento de recta, a secção de ouro é tal que a proporção entre o segmento maior (\overline{CB}) e o segmento menor (\overline{AC}) é o número de ouro φ .

TPC + Bons estudos!

- Problema dos slide 5
- Problema do slide 10
- Procure na Tapada da Ajuda elementos que estejam relacionados com os números de Fibonacci ou o número de ouro, fotografe-os caso os encontre e envie as fotografias para o e-mail isabelinha@isa.ulisboa.pt.



Na Tapada da Ajuda

