Matemática I - 2022/23

Aula 14 Nov

Isabel Martins

Sinopse

1 Voltando aos sistemas de equações lineares

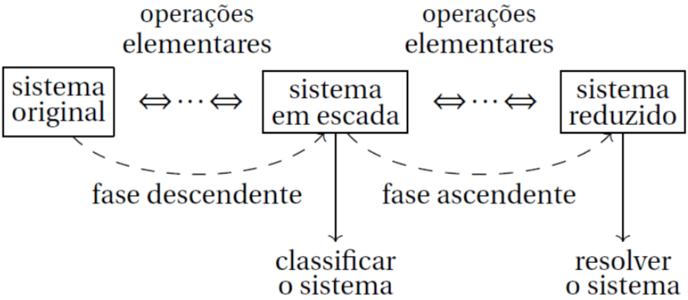
2 Equações matriciais

Voltando aos sistemas de equações lineares

Sistemas de equações lineares

Fonte; Os Espacialistas

Método de eliminação de Gauss



Operações elementares

Adicionar a uma equação um múltiplo de outra.

Multiplicar uma equação por um escalar não nulo.

Permutar duas equações.

Equações matriciais

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$Ax = b \quad \Leftrightarrow$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$
\begin{aligned}
Ax = b \quad &\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&\Leftrightarrow
\end{aligned}
$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 0x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \end{aligned}$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 0x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} x_1 & + & 2\,x_2 & = & -1 \\ -x_1 & & & = & 1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 0x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ -x_1 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$u = (u_1, u_2)$ é solução da equação matricial $Ax = b \Leftrightarrow$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + 0x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ & \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcr} x_1 & + & 2\,x_2 & = & -1 \\ -x_1 & & & = & 1 \end{array} \right. \end{aligned}$$

$u = (u_1, u_2)$ é solução da <u>equação matricial</u> $Ax = b \Leftrightarrow$

$u = (u_1, u_2)$ é solução do sistema linear $\left\{ \begin{array}{rcrcr} x_1 & + & 2\,x_2 & = & -1 \\ -x_1 & & & = & 1 \end{array} \right.$

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (-1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ porque

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (-1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ porque

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (-1, 0)$ é solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$u = (-1, 0)$ é solução do sistema linear $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1 \\ -x_1 = 1 \end{cases}$

porque

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (-1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

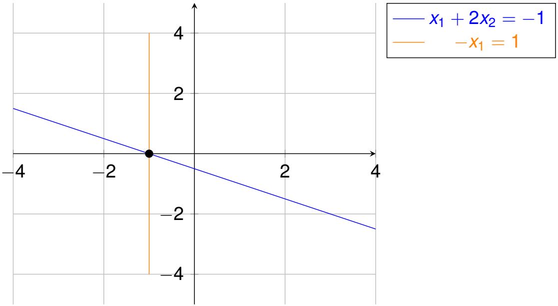
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$u = (-1, 0)$ é solução do sistema linear $\begin{cases} x_1 + 2\,x_2 = -1 \\ -x_1 = 1 \end{cases}$

$$\text{porque } \begin{cases} -1 + 2(0) = -1 \\ -(-1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -1 \\ 1 = 1 \end{cases}$$

Equações matriciais

Interpretação geométrica da equação matricial/sistema linear



Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$Ax = b \quad \Leftrightarrow$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$Ax = b \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$
\begin{aligned}
Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow
\end{aligned}
$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned}
Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$
\begin{aligned}
Ax = b \quad &\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&\Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&\Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array} \right.
\end{aligned}
$$

$u = (u_1, u_2, u_3)$ é solução da <u>equação matricial</u> $Ax = b \Leftrightarrow$

Equações matriciais

Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$
\begin{aligned}
Ax = b \quad & \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\
& \Leftrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array} \right.
\end{aligned}
$$

$u = (u_1, u_2, u_3)$ é solução da equação matricial $Ax = b \Leftrightarrow$

$u = (u_1, u_2, u_3)$ é solução do sistema linear acima

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (2, -1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ porque

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (2, -1, 0)$ é solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ porque

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (2, -1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$u = (2, -1, 0)$ é solução do sistema linear

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array} \right.$$

porque

Equações matriciais

Solução, o que é?

$u = (2, -1, 0)$ é solução da <u>equação matricial</u>

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$u = (2, -1, 0)$ é solução do sistema linear

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array} \right.$$

$$\text{porque} \left\{ \begin{array}{rcrcrcl} 2 & + & 2(-1) & + & 3(0) & = & 0 \\ 2(2) & + & 3(-1) & + & 5(0) & = & 1 \\ 2 & + & (-1) & + & 2(0) & = & 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} 0 & = & 0 \\ 1 & = & 1 \\ 1 & = & 1 \end{array} \right.$$

Equações matriciais

Solução, o que é?

Os vectores da forma $x = (2 - x_3, -1 - x_3, x_3)$, com $x_3 \in \mathbb{R}$, são solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

Equações matriciais

Solução, o que é?

Os vectores da forma $x = (2 - x_3, -1 - x_3, x_3)$, com $x_3 \in \mathbb{R}$, são solução da equação matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ porque}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 - x_3 \\ -1 - x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} \text{ é igual a } \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Equações matriciais

Solução, o que é?

Os vectores da forma $x = (2 - x_3, -1 - x_3, x_3)$ são solução do sistema linear $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array}\right.$ porque

Equações matriciais

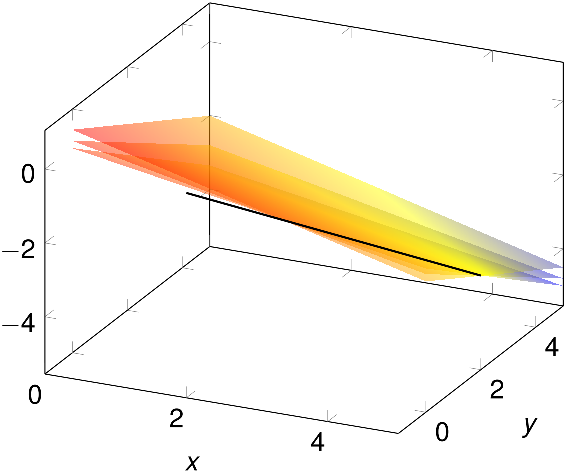
Solução, o que é?

Os vectores da forma $x = (2 - x_3, -1 - x_3, x_3)$ são solução do sistema linear $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 1 \end{array}\right.$ porque

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2 - x_3 & + & 2(-1 - x_3) & + & 3(x_3) & = & 0 \\ 2(2 - x_3) & + & 3(-1 - x_3) & + & 5(x_3) & = & 1 \\ (2 - x_3) & + & (-1 - x_3) & + & 2(x_3) & = & 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} 0 & = & 0 \\ 1 & = & 1 \\ 1 & = & 1 \end{array}\right.$$

Equações matriciais

Interpretação geométrica da equação matricial/sistema linear



Equações matriciais

Genericamente

$$Ax = b \Leftrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$u = (u_1, \ldots, u_n) \in \mathbb{R}^n$ é solução da equação matricial $Ax = b \Leftrightarrow$

$u = (u_1, \ldots, u_n) \in \mathbb{R}^n$ é solução do sistema linear acima

Exemplo

$$\left\{\begin{array}{rcrcrl} x & + & y & + & z & = 6 \\ 2x & - & y & & & = 0 \\ 4x & - & 2y & & & = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b}$$

Matriz ampliada do sistema

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Operações elementares

Adicionar à linha i a linha j multiplicada por λ	$L_i + \lambda L_j \to L_i$
Multiplicar a linha i por $\lambda \neq 0$	$\lambda L_i \to L_i$
Permutar a linha i com a linha j	$L_i \longleftrightarrow L_j$

Fase descendente

Algoritmo 1. MÉTODO DE ELIMINAÇÃO DE GAUSS

`Input:` *Matriz ampliada* $[A|b]$ *de um sistema linear* $Ax = b$

`Objectivo:` *Redução do sistema* $Ax = b$

Fase descendente

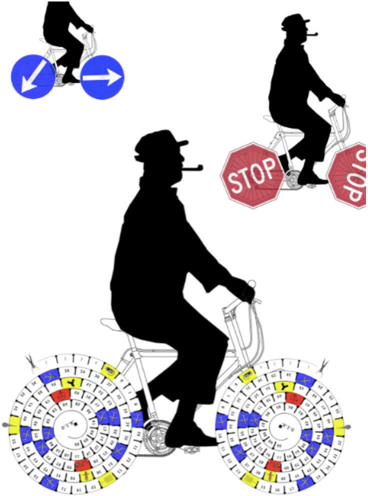
1) *Se necessário, efectuar trocas de linhas em* $[A|b]$ *de modo a que o pivot da primeira linha se encontre na coluna não nula mais à esquerda da matriz dos coeficientes.*

2) *Utilizar o pivot da primeira linha para eliminar os restantes elementos da coluna desse pivot.*

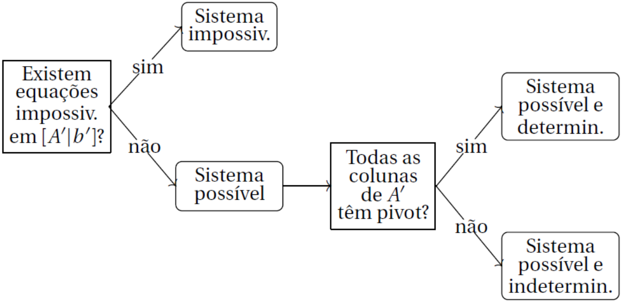
3) *Repetir os procedimentos anteriores relativamente à submatriz que se obtém ignorando a primeira linha e assim sucessivamente enquanto existirem linhas não nulas na matriz dos coeficientes dessa submatriz.*

No final da fase descendente obtém-se a matriz $[A'|b']$ com A' em escada .

STOP



Classificação do sistema linear



Fase ascendente

<u>Fase ascendente (apenas se aplica aos sistemas possíveis)</u>

4) Usando o pivot que se encontra mais à direita na matriz A' eliminar os restantes elementos da coluna desse pivot e fazer o pivot igual 1.

5) Repetir os procedimentos do passo anterior relativamente à coluna com pivot imediatamente anterior e assim sucessivamente enquanto existirem colunas com pivot (percorrendo a matriz da direita para a esquerda).

No final da fase ascendente obtém-se a matriz $[A''|b'']$ com A'' reduzida.

TPC + Bons estudos!

Exercício 72 - d) f) g)

Exercício 73 - a) c) d)

Exercício 74.