

Matemática I - 2022/23

Aula prática 18 Nov

Isabel Martins

Sinopse

1 Produto de matrizes

- Propriedades
- Não-propriedades

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$
- $A(\lambda B) = (\lambda A)B = \lambda(AB)$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$
- $A(\lambda B) = (\lambda A)B = \lambda(AB)$
- $(AB)^T =$

Propriedades do produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n = A_{m \times n}$ e $I_m A_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$
- $A(\lambda B) = (\lambda A)B = \lambda(AB)$
- $(AB)^T = B^T A^T$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Ex:

$$A_{2 \times 3} \text{ e } B_{3 \times 4} \longrightarrow (AB)_{2 \times 4} \text{ mas } B \text{ e } A \text{ não são encadeadas}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Ex:

$$A_{2 \times 3} \text{ e } B_{3 \times 4} \longrightarrow (AB)_{2 \times 4} \text{ mas } B \text{ e } A \text{ não são encadeadas}$$

$$A_{2 \times 3} \text{ e } B_{3 \times 2} \longrightarrow (AB)_{2 \times 2} \text{ e } (BA)_{3 \times 3}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Ex:

$A_{2 \times 3}$ e $B_{3 \times 4} \rightarrow (AB)_{2 \times 4}$ mas B e A não são encadeadas

$A_{2 \times 3}$ e $B_{3 \times 2} \rightarrow (AB)_{2 \times 2}$ e $(BA)_{3 \times 3}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Ex:

$A_{2 \times 3}$ e $B_{3 \times 4} \rightarrow (AB)_{2 \times 4}$ mas B e A não são encadeadas

$A_{2 \times 3}$ e $B_{3 \times 2} \rightarrow (AB)_{2 \times 2}$ e $(BA)_{3 \times 3}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Qd $AB = BA$, A e B dizem-se *permutáveis* (só as matrizes quadradas podem ser permutáveis)

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{O} \not\Rightarrow (A = \mathbf{O} \vee B = \mathbf{O})$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{0} \quad \vee \quad B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \not\Rightarrow (A = \mathbf{0} \vee B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \not\Rightarrow B = C$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{0} \quad \vee \quad B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \not\Rightarrow (A = \mathbf{0} \vee B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \not\Rightarrow B = C$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = AC = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ e } A \neq \mathbf{0} \text{ mas } B \neq C$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Aceda a www.menti.com e use o código 5259 1767

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A + B)^2$
 1. $(B + A)^2$
 2. $A^2 + 2AB + B^2$
 3. $A(A + B) + B(A + B)$
 4. $(A + B)(B + A)$
 5. $A^2 + AB + BA + B^2$

Não-propriedades do produto de matrizes

Aceda a www.menti.com e use o código 5259 1767

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A + B)^2$
 1. $(B + A)^2$
 2. $A^2 + 2AB + B^2$
 3. $A(A + B) + B(A + B)$
 4. $(A + B)(B + A)$
 5. $A^2 + AB + BA + B^2$

A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

Não-propriedades do produto de matrizes

Aceda a www.menti.com e use o código 5259 1767

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A + B)^2$

1. $(B + A)^2$
2. $A^2 + 2AB + B^2$
3. $A(A + B) + B(A + B)$
4. $(A + B)(B + A)$
5. $A^2 + AB + BA + B^2$

A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

- Comente as seguintes afirmações

1. $(AB)^2 = A^2B^2$
2. $(AB)^k = A^k B^k$, $k \geq 3$

Não-propriedades do produto de matrizes

Aceda a www.menti.com e use o código 5259 1767

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A + B)^2$

1. $(B + A)^2$
2. $A^2 + 2AB + B^2$
3. $A(A + B) + B(A + B)$
4. $(A + B)(B + A)$
5. $A^2 + AB + BA + B^2$

A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

- Comente as seguintes afirmações

1. $(AB)^2 = A^2B^2$
2. $(AB)^k = A^k B^k$, $k \geq 3$

São falsas. São verdadeiras se A e B forem permutáveis.

TPC + Bons estudos!

- Os TPC esquecidos das aulas anteriores :)

