

Matemática I - 2022/23

Aula 21 Nov

Isabel Martins

Sinopse

1 Inversa de uma matriz quadrada



Fonte; Os Especialistas

Inversa de uma matriz quadrada

Operações algébricas com matrizes

Inversa de uma matriz quadrada

Uma matriz A de ordem n diz-se *invertível* (ou *não singular*) se existir uma matriz B de ordem n tal que

$$AB = BA = I_n$$

A matriz B quando existe é única, designa-se por inversa de A e denota-se por A^{-1}

Operações algébricas com matrizes

Inversa de uma matriz quadrada

Uma matriz A de ordem n diz-se *invertível* (ou *não singular*) se existir uma matriz B de ordem n tal que

$$AB = BA = I_n$$

A matriz B quando existe é única, designa-se por inversa de A e denota-se por A^{-1}

Uma matriz quadrada que não é invertível diz-se *singular*

Inversa de uma matriz quadrada

NOTA: Prova-se que, sendo A e B matrizes de ordem n ,

se $AB = I$ então $BA = I$ (ou $BA = I \Rightarrow AB = I$), isto é,

Inversa de uma matriz quadrada

NOTA: Prova-se que, sendo A e B matrizes de ordem n ,

se $AB = I$ então $BA = I$ (ou $BA = I \Rightarrow AB = I$), isto é,

basta uma das condições $AB = I$ ou $BA = I$ para verificar se A tem inversa

Questão 1

- Será que $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ tem inversa?
- E $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$?

Aceda a www.menti.com e use o código 13 95 11 0

Questão 2

- Será que $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ tem inversa?
- E $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$?

Aceda a www.menti.com e use o código 2719 1961

Questão 3

- Será que $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ é a inversa de $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$?

Aceda a www.menti.com e use o código 1988 4924

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{Logo, } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{A^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_2 \\ 0x_2 = -2 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -2y_2 \\ 0y_2 = 1 \end{cases}$$

Mais exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_2 \\ 0x_2 = -2 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -2y_2 \\ 0y_2 = 1 \end{cases} \quad \text{Logo, } \nexists A^{-1}$$

Algoritmo da inversa

Input: *Matriz quadrada A*

Objectivo: *Decidir sobre a invertibilidade de A e calcular A^{-1}*

$$[A|I] \longrightarrow \dots \longrightarrow [A'|I'] \xrightarrow{\text{(se } A \text{ invertível)}} \dots \longrightarrow [I|A^{-1}]$$

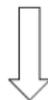
(A' em escada)

Existem linhas
nulas em A'

Não existem
linhas nulas em A'



A é singular



A é invertível

Propriedades da inversa

1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$

Propriedades da inversa

1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$

2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é

Propriedades da inversa

1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$

2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
 $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
 $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$
- 4 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
 $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$
- 4 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
 $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
 $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$
- 4 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
 $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
- 5 Se $\exists A^{-1}$ e $\lambda \neq 0$, a inversa de λA é

Propriedades da inversa

- 1 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
 $(A^{-1})^{-1} = A$
- 2 Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- 3 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
 $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$
- 4 Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
 $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
- 5 Se $\exists A^{-1}$ e $\lambda \neq 0$, a inversa de λA é $\frac{1}{\lambda}A^{-1}$
 $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda}A^{-1}$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{0} \quad \vee \quad B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{0} \quad \vee \quad B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

$$\blacksquare AB = \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{0} \quad \vee \quad B = \mathbf{0})$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

$$\blacksquare AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$$

Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

mas $AB = AC$ e $A \neq \mathbf{0}$ com $B \neq C$

Propriedades da inversa

7 Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

Propriedades da inversa

7 Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

$$AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$$

Propriedades da inversa

7 Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

$$AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$$

8 Se $\exists A^{-1}$, $AB = AC \Rightarrow B = C$

Propriedades da inversa

7 Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

$$AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$$

8 Se $\exists A^{-1}$, $AB = AC \Rightarrow B = C$

$$AB = AC \Leftrightarrow B = C$$

Propriedades da inversa

9 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

Propriedades da inversa

9 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

$Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

Propriedades da inversa

9 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

$Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

10 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = \mathbf{0} \Rightarrow x = \mathbf{0}$

Propriedades da inversa

9 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

$Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

10 Se $\exists A^{-1}$, $Ax = \mathbf{0} \Rightarrow x = \mathbf{0}$

$Ax = \mathbf{0} \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$ Sistema determinado em que a única solução é a solução nula

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

$$x = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = \mathbf{0}$ é

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

$$x = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = \mathbf{0}$ é

$$x = A^{-1}\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

TPC + Bons estudos!

Exercício 68. Calcule $(2B)^{-1}B^2$

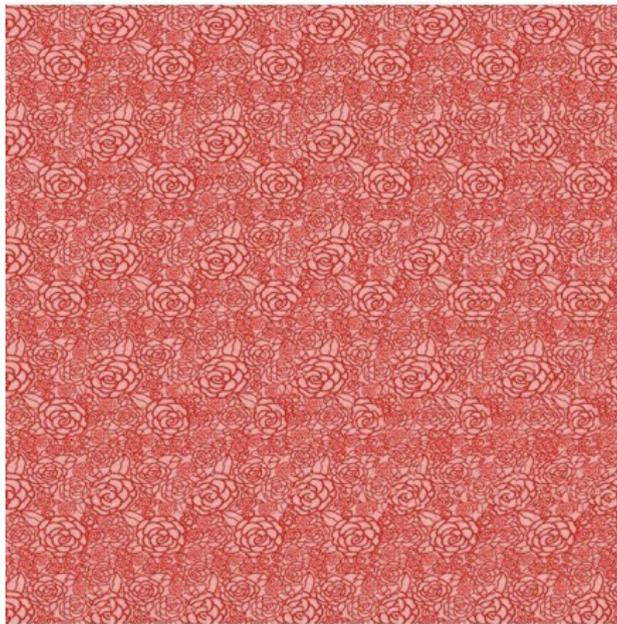
Exercício 71

Exercício 76.

Exercício 75.

E não só :)

**What animal is hidden
in this 3D picture?**



© BRIGHTSIDE