

JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

1. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = [a_{ij}],$$

em que  $a_{ij}$  é o nº de árvores da espécie  $j$  que um arquitecto paisagista pretende adquirir para o espaço verde  $i$ , com  $j = 1$  (oliveira), 2 (laranjeira) e  $i = 1$  (espaço verde  $E_1$ ), 2 (espaço verde  $E_2$ ), 3 (espaço verde  $E_3$ ). Seja a matriz

$$P = \begin{bmatrix} 85 & 90 & 92 \\ 40 & 45 & 35 \end{bmatrix} = [p_{kl}],$$

em que  $p_{kl}$  é o preço (em €) de uma árvore da espécie  $k$  no horto  $l$ , com  $k = 1$  (oliveira), 2 (laranjeira) e  $l = 1$  (horto  $H_1$ ), 2 (horto  $H_2$ ), 3 (horto  $H_3$ ).

Calcule  $AP$  e interprete o resultado. Averigue se  $A$  e  $P$  são permutáveis.

[2.0v]

2. Considere a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$  e os vectores  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$  e

$$b = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \text{ com } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

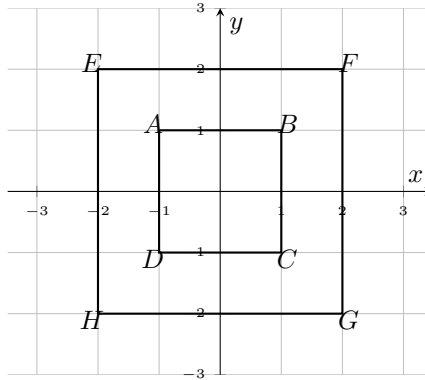
[3.0v]

- Discuta o sistema  $Ax = b$  em função de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .
- Para  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ , resolva o sistema  $Ax = b$  e interprete geometricamente o conjunto de soluções.
- Será que  $A$  é invertível?
- Indique uma matriz simétrica  $C$  tal que  $C + C^T = A + A^T$ .

3. Considere a matriz  $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  e a sua inversa e os quadrados  $ABCD$  e  $EFGH$  da figura. Selecciona a matriz que transforma o quadrado  $ABCD$  no quadrado  $EFGH$  e a matriz que transforma o quadrado  $EFGH$  no quadrado  $ABCD$ .

[1.0v]

<sup>1</sup>O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.



4. Seja  $A$  uma matriz quadrada tal que  $A = AA^T$ . Mostre que:

[1.0v]

- (a)  $A$  é simétrica;
- (b)  $A = A^2$ .

Responda ou à questão 5 ou à questão 6.

5. Uma adega produz duas variedades de vinho branco, meio-seco (M) e seco (S). A venda de 1 litro de vinho rende 1 euro se for do tipo M e 0.8 euros se for do tipo S. Para produzir 1 litro de vinho do tipo M são necessárias 1.6 kg de uvas, 0.2 kg de açúcar e 0.2 medidas de extracto. Para produzir 1 litro de vinho do tipo S utilizam-se 2 kg de uvas, 0.3 kg de açúcar e 0.1 medidas de extracto. A adega dispõe de 70 kg de uvas, 8 kg de açúcar e 6 medidas de extracto. Pretende determinar-se um plano de produção de vinho branco que maximize a receita da venda (assumindo que todo o vinho produzido é vendido). Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.

[3.0v]

6. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{ll} \min & z = 20x + 15y \\ \text{s.a.} & x + y \geq 100 \\ & 3x + 2y \geq 250 \\ & y \leq 90 \\ & x \leq 100 \\ & x, y \geq 0. \end{array}$$

[3.0v]

- (a) Represente graficamente a região admissível.
- (b) Assinale graficamente o conjunto das soluções admissíveis com o valor da função objectivo inferior ou igual a 2250.
- (c) Determine uma solução óptima e indique o correspondente valor da função objectivo.