

JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

1. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = [a_{ij}],$$

em que a_{ij} é o nº de árvores da espécie j que um arquitecto paisagista pretende adquirir para o espaço verde i , com $j = 1$ (oliveira), 2 (laranjeira) e $i = 1$ (espaço verde E_1), 2 (espaço verde E_2), 3 (espaço verde E_3). Seja a matriz

$$P = \begin{bmatrix} 85 & 90 & 92 \\ 40 & 45 & 35 \end{bmatrix} = [p_{kl}],$$

em que p_{kl} é o preço (em €) de uma árvore da espécie k no horto l , com $k = 1$ (oliveira), 2 (laranjeira) e $l = 1$ (horto H_1), 2 (horto H_2), 3 (horto H_3).

Calcule AP e interprete o resultado. Averigue se A e P são permutáveis.

[2.0v]

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ e os vectores $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e

$$b = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \text{ com } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

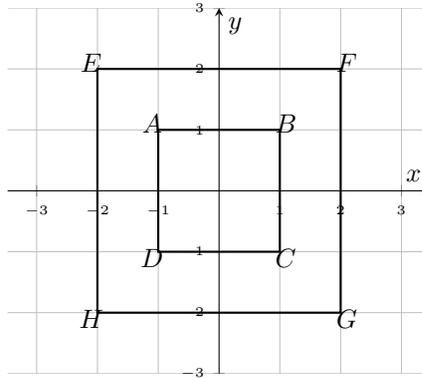
[3.0v]

- Discuta o sistema $Ax = b$ em função de α , β e γ .
- Para $\alpha = \beta = \gamma = 0$, resolva o sistema $Ax = b$ e interprete geometricamente o conjunto de soluções.
- Será que A é invertível?
- Indique uma matriz simétrica C tal que $C + C^T = A + A^T$.

3. Considere a matriz $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e a sua inversa e os quadrados $ABCD$ e $EFGH$ da figura. Selecciona a matriz que transforma o quadrado $ABCD$ no quadrado $EFGH$ e a matriz que transforma o quadrado $EFGH$ no quadrado $ABCD$.

[1.0v]

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.



4. Seja A uma matriz quadrada tal que $A = AA^T$. Mostre que:

[1.0v]

- (a) A é simétrica;
- (b) $A = A^2$.

Responda ou à questão 5 ou à questão 6.

5. Uma adega produz duas variedades de vinho branco, meio-seco (M) e seco (S). A venda de 1 litro de vinho rende 1 euro se for do tipo M e 0.8 euros se for do tipo S. Para produzir 1 litro de vinho do tipo M são necessárias 1.6 kg de uvas, 0.2 kg de açúcar e 0.2 medidas de extracto. Para produzir 1 litro de vinho do tipo S utilizam-se 2 kg de uvas, 0.3 kg de açúcar e 0.1 medidas de extracto. A adega dispõe de 70 kg de uvas, 8 kg de açúcar e 6 medidas de extracto. Pretende determinar-se um plano de produção de vinho branco que maximize a receita da venda (assumindo que todo o vinho produzido é vendido). Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.

[3.0v]

6. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{array}{ll} \min & z = 20x + 15y \\ \text{s.a.} & x + y \geq 100 \\ & 3x + 2y \geq 250 \\ & y \leq 90 \\ & x \leq 100 \\ & x, y \geq 0. \end{array}$$

[3.0v]

- (a) Represente graficamente a região admissível.
- (b) Assinale graficamente o conjunto das soluções admissíveis com o valor da função objectivo inferior ou igual a 2250.
- (c) Determine uma solução óptima e indique o correspondente valor da função objectivo.