

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º Teste de Álgebra Linear

4 de janeiro de 2023 - Duração: 1h30

Guarde todos os equipamentos eletrônicos, incluindo telemóveis e calculadoras, na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente.
O incumprimento das regras leva à **anulação da prova**.

Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas.

Número: _____ Nome: _____

[4v] 1. Considere $V = \langle (1, 0, 1, 2), (1, 1, 0, 1), (1, 3, -2, -1) \rangle$ e $b = (-1, 0, 2, 1)$.

- Determine V^\perp e indique a sua dimensão.
- Determine uma base ortogonal para V .
- Calcule $\text{proj}_V(b)$.
- Mostre que $\text{proj}_V(b + v) = \text{proj}_V(b) + v$ para todo o $v \in V$.

[3.5v] 2. Considere $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 0 \\ -1 & \alpha & 1 \\ 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} = [v_1 \ v_2 \ v_3]$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Determine o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$ para os quais o paralelepípedo definido por v_1 , v_2 e v_3 tem volume 9.

No que se segue considere $\alpha = 2$.

- Determine os valores próprios de A e indique as respectivas multiplicidades algébricas.
- Determine um vetor próprio unitário de A .
- Existirá uma base de \mathbb{R}^3 formada por vetores próprios de A ?

[2.5v] 3. Uma adega pretende plantar vinha das castas A, B, e C para produzir vinho. A produção média anual e o valor da venda de vinho de cada casta encontram-se na tabela seguinte:

	Produção (nº pipas/ha)	Valor da venda (€/pipa)
Casta A	18	500
Casta B	20	500
Casta C	20	800

Sabe-se que a área total a destinar à produção de vinho e a área a destinar à produção de vinho da casta C não podem ultrapassar, respetivamente, 1400 ha e 650 ha e que pelo menos um hectare deve ser destinado à casta B por cada 2 hectares que são destinados à casta C. A adega pretende determinar a área a destinar a cada casta de modo a maximizar a receita anual.

- Formule o problema em programação linear atribuindo significado às variáveis.
- Escreva o problema na forma *standard*.
- Verifique que a opção de destinar 425 ha para produzir vinho da casta A, 325 ha para produzir vinho da casta B e 650 ha para produzir vinho da casta C é admissível. Será vértice da região admissível?