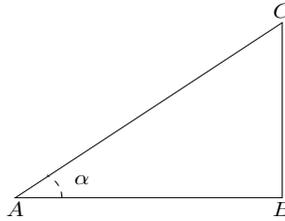


JUSTIFIQUE AS RESPOSTAS

1. Considere o triângulo rectângulo $[ABC]$ em que $\overline{AB} = 1$.

[2.5v]



- (a) Defina $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{cotg} \alpha$, $\operatorname{sec} \alpha$ e $\operatorname{cosec} \alpha$.
 (b) Calcule o perímetro do triângulo $[ABC]$ para $\alpha = \frac{\pi}{6}$.
2. Considere, em \mathbb{R}^3 , a recta r definida por $\begin{cases} x = y \\ z = 0 \end{cases}$ e o vector $b = (1, 2, 3)$.

[4.5v]

- (a) Interprete geometricamente cada uma das duas equações que definem r .
 (b) Indique um ponto de r .
 (c) Escreva a equação de um plano perpendicular a r .
 (d) Calcule a distância de b a r .
3. Considere as matrizes

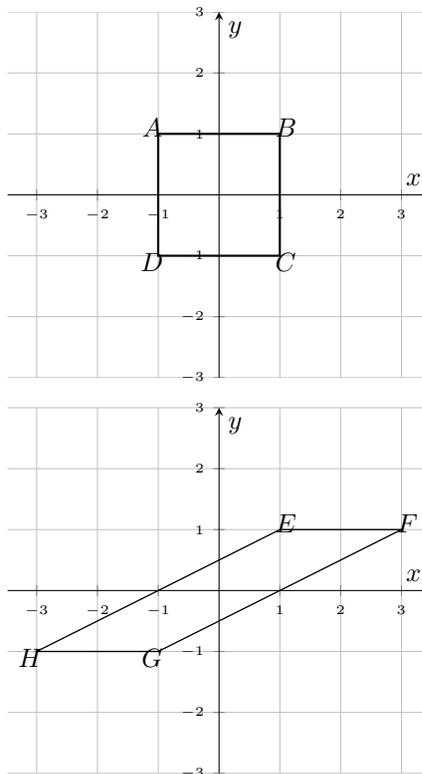
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

[5v]

- (a) Calcule AB^T .
 (b) Determine A^{-1} .
 (c) Existe algum vector $b \in \mathbb{R}^3$ para o qual o sistema $Ax = b$ é possível e indeterminado?
 (d) Indique um vector não nulo ortogonal às duas primeiras colunas da matriz A .
4. A matriz $M = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ transforma o quadrado $ABCD$ no polígono $EFGH$, em que os pontos E, F, G e H resultam, respectivamente, dos pontos A, B, C e D . Determine k .

[2v]

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.



5. Sejam A e B matrizes permutáveis e C uma matriz tal que $C = 3A^2 - 5A - I$, onde I designa a matriz identidade. Mostre que as matrizes B e C são permutáveis.

[2v]

Responda ou à questão 6 ou à questão 7.

6. Uma empresa produz dois tipos de fertilizante para plantas com flor. O fertilizante A emite 50 unidades de resíduos tóxicos por tonelada e o fertilizante B emite 20 unidades de resíduos tóxicos por tonelada. Os preços de venda de A e B são, respectivamente, 30 e 40 € por tonelada. A empresa tem capacidade para produzir até 5 toneladas de fertilizante por mês. Compromissos obrigam a entregas mensais de 1 tonelada de fertilizante A. Pretende determinar-se a quantidade a produzir mensalmente de cada tipo de fertilizante de forma a minimizar os resíduos tóxicos, garantindo uma receita mensal superior ou igual a 150 euros por tonelada.

Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.

[4v]

7. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x + y \\ \text{s.a.} \quad & x + y \geq 2 \\ & x + y \leq 4 \\ & x, y \geq 0. \end{aligned}$$

[4v]

- (a) Represente graficamente a região admissível.
- (b) Represente graficamente o conjunto das soluções admissíveis que têm o mesmo valor da função objectivo que a solução $x = 1$ e $y = 2$.
- (c) Determine uma solução óptima e indique o correspondente valor da função objectivo.