INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

1º teste de Álgebra Linear

26 de outubro de 2026 - Duração: 1h30

Guarde **todos os equipamentos eletrónicos**, incluindo telemóveis, calculadoras e *smartwatches* na mala/mochila fechada ou coloque-os na secretária do docente.
Não é permitido escrever no enunciado.
O incumprimento das regras anteriores leva à **anulação da prova**.

Apresente os cálculos que efetuar e justifique todas as respostas

Número: Nome:

Cotação (não preencher)

1a)	**1b)i**	**1b)ii**	**1c)i**	**1c)ii**	**1d)i**	**d)ii**	**d)iii**	**d)iv**	**d)v**	**2a)**	**2b)**	**2c)**	**3**	**Total**
2.75	1	1	1.5	1.25	1.5	1.25	1	1.25	1.25	1.5	1.75	1	2	20

Os dados relativos às questões **1.**, **2.** e **3.** encontram-se abaixo. No início da resolução dessas questões, comece por copiar os dados que dizem respeito à questão para o caderno de teste.

1. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -\alpha \\ \alpha & 1 & \alpha \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = [\, v_1 \; v_2 \; v_3 \,]$ e $b = (\alpha, 1, 1)$, com $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. Sejam $U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 = x_3, \quad x_1 + x_2 = x_4, \quad 3x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0\}$, $u_1 = (2, 1, 2, 3)$ e $u_2 = (1, 0, 1, 1)$.

3. Seja A uma matriz invertível tal que $I + A$ é também invertível, onde I denota a matriz identidade da mesma ordem que A.

(continua no verso)

[13.75v] **1.** (a) Discuta o sistema $Ax = b$ para todos os valores de α.

(b) Indique os valores de α para os quais:

i. O conjunto de soluções de $Ax = b$ define uma reta em $\mathbb{R}^3$.

ii. O sistema $Ax = \vec{0}$ possui pelo menos 2 soluções.

(c) Considere $\alpha = 0$.

i. Calcule a inversa de A.

ii. Utilize A^{-1} para resolver o sistema $Ax = b$.

(d) Considere $\alpha = -1$.

i. Calcule $\mathcal{N}(A)$ e descreva-o geometricamente.

ii. Escreva o vetor nulo como combinação linear de v_1, v_2 e v_3 de duas formas distintas.

iii. O conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ será linearmente independente? Relacione a sua resposta com a alínea anterior.

iv. Determine $\mathcal{C}(A)$ e indique a sua dimensão.

v. Indique uma base de $\mathbb{R}^3$ que inclua uma base de $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle$.

[4.25v] **2.** (a) Indique a dimensão de U.

(b) Mostre que $\{u_1, u_2\}$ é uma base de U.

(c) Justifique que para qualquer $w \in U$ existem $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$ tais que $w = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$.

[2v] **3.** Prove que $(I + A)^{-1}A = A(I + A)^{-1}$.