Exercícios – Estatística e Delineamento 2018-19

0 Conceitos introdutórios de Estatística e do programa R

1. Um agricultor instalou um pluviómetro para medir a precipitação num dado terreno. Durante um ano, obteve os seguintes totais mensais (em mm):

Janeiro	101.0	Maio	26.7	Setembro	5.7
Fevereiro	60.7	Junho	10.5	Outubro	51.7
Março	75.1	Julho	2.5	Novembro	50.1
Abril	19.9	Agosto	39.8	Dezembro	170.6

   Numa sessão de trabalho no programa R, responda às seguintes alíneas:

   (a) Crie um vector com os 12 totais mensais indicados. Designe o objecto criado por `precip`.

   (b) Crie o vector `meses` com o nome dos 12 meses do ano.

   (c) Associe a cada medição o nome do respectivo mês, utilizando o comando `names` do R.

   (d) Calcule, com a ajuda dos comandos estatísticos elementares de que o R dispõe, as seguintes quantidades:

      i. A precipitação total anual;
      ii. A precipitação mensal média;
      iii. A precipitação mensal mediana;
      iv. A variância das precipitações mensais;
      v. O desvio padrão das precipitações mensais;
      vi. A precipitação mensal mínima;
      vii. A precipitação mensal máxima.

   (e) Seleccione o subvector

      i. da precipitação no mês de Outubro;
      ii. das precipitações nos meses de Junho a Setembro (inclusive);

   (f) Seleccione o subvector dos meses com precipitação

      i. superior a 50 mm;
      ii. acima da média.

   (g) Identifique, com auxílio de comandos do R:

      i. qual o mês onde se verificou a precipitação mínima;
      ii. qual o mês onde se verificou a precipitação máxima.

   (h) Aplique o comando `plot` ao vector `precip` que criou na alínea 1a. Comente o resultado.

   (i) Execute os comandos

```
> plot(precip, type="l")
> plot(precip, type="h")
```

   Comente o resultado.

2. O programa R disponibiliza alguns conjuntos de dados. Os seus nomes e breves descrições podem ser consultados através do comando

```
> data()
```

Entre estes dados encontra-se o vector `sunspots`, onde se registam o número médio de manchas solares observadas nos dias de cada mês, entre 1749 e 1983[1]. Os valores podem ser vistos escrevendo apenas o nome do objecto.

(a) Determine o comprimento do vector `sunspots`, utilizando o comando `length`.

(b) Crie um histograma dos valores registados, utilizando o comando `hist`:

   i. deixando que o comando defina as classes de valores utilizadas;

   ii. pedindo a criação de classes de comprimento 10, começando em zero e acabando em 260.

(c) Calcule, com a ajuda do comando `quantile`:

   i. os três quartis (primeiro quartil, mediana e terceiro quartil) dos dados;

   ii. o nono decil dos dados.

(d) Aplique o comando `summary` ao objecto `sunspots` e inspeccione o resultado.

(e) Construa um diagrama de extremos e quartis dos dados, utilizando o comando `boxplot`.

3. Uma experiência sobre o enraizamento de estacas semi-lenhosas de oliveiras visa saber se quatro diferentes tratamentos afectam a forma como as estacas se distribuem por três possíveis resultados.

   Os resultados possíveis, para cada estaca, são:

   - morte da estaca;
   - estaca com calo;
   - enraizamento da estaca.

   Os quatro diferentes tratamentos utilizados foram:

   - sem incisão/sem utilização de boro;
   - com incisão/sem utilização de boro;
   - sem incisão/com boro;
   - com incisão/com boro.

   Em cada tratamento, foram ensaiadas 60 estacas. Os resultados obtidos foram os seguintes:

	Resultado		
Tratamento	Morte	Com calo	Enraizamento
Sem incisão/sem boro	26	18	16
Com incisão/sem boro	32	22	6
Sem incisão/com boro	24	24	12
Com incisão/com boro	39	19	2

(a) Crie, numa sessão de trabalho do R, uma matriz de nome `estacas`, contendo os resultados da experiência (utilize o comando `matrix` do R). Tenha em atenção que, por omissão, o R introduz os dados na matriz *por colunas*.

(b) Utilize os comandos `rownames` e `colnames` para dar nomes às linhas e colunas da matriz criada na alínea anterior.

[1] Na realidade, `sunspots` não é um vector, mas um objecto de outro tipo, designado `ts` (as inicias de *time series*, ou seja, série cronológica). No entanto, para aquilo que se pede neste exercicio o objecto comporta-se como um vector.

(c) Crie um vector contendo apenas os números de estacas enraizados, para cada tratamento. Calcule o número total de estacas enraizadas.

(d) Calcule as frequências absolutas marginais de linhas e de colunas, utilizando o comando `apply`.

(e) Calcule as frequências relativas marginais de linhas e de colunas.

(f) Seleccionar a submatriz correspondente aos tratamentos onde não se efectua a incisão na estaca.

4. A distribuição Binomial surge associada a uma variável aleatória X que conta o número de êxitos em m provas de Bernoulli. As distribuições Binomiais caracterizam-se por dois parâmetros: m, o número de provas; e p, a probabilidade de êxito em cada uma dessas provas. Utiliza-se a notação $X \cap B(m,p)$ para indicar que X tem distribuição Binomial com parâmetros m e p, ou seja, que:

$$P[X = x] \;=\; \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x} \qquad (x = 0, 1, 2, ..., m)$$

Admita-se, por exemplo, que a probabilidade de uma ovelha dar à luz um borrego fêmea é 0.5. Pode então admitir-se que o número de borregos fêmeas no lote de 8 crias será dado por uma variável aleatória $X \cap B(8, 0.5)$.

(a) O comando `dbinom` calcula valores da função de massa probabilística numa distribuição Binomial. Utilize esse comando para determinar a probabilidade de haver 5 crias fêmeas no lote de 8 crias.

(b) Calcule $P[X = x]$ para todos os possíveis valores de x e construa o diagrama de barras da função de massa probabilística.

(c) O valor esperado duma variável aleatória discreta X, que toma um número finito de valores x_i com probabilidades p_i $(i = 1, 2, ..., k)$, é dado por $E[X] = \sum_{i=1}^{k} x_i\, p_i$. Utilizando o comando `dbinom`, determine o valor esperado duma v.a. $X \cap B(8, 0.5)$. Verifique que o resultado corresponde à expressão conhecida para o valor esperado duma Binomial $B(m,p)$: $E[X] = mp$.

(d) O comando `pbinom` calcula valores da função distribuição cumulativa numa distribuição Binomial, ou seja, as probabilidades $P[X \leq x]$. Utilize este comando para calcular a probabilidade de que haja menos de seis fêmeas no lote de 8 crias.

(e) Calcule a probabilidade de pelo menos metade das crias serem fêmeas, utilizando o comando `pbinom`.

5. Diz-se que uma variável aleatória X tem distribuição de Poisson, com parâmetro λ, e escreve-se $X \;\cap\; P(\lambda)$, se

$$P[X = x] \;=\; \frac{\mathrm{e}^{-\lambda}\,\lambda^x}{x!}, \qquad (\forall\, x \in \mathbb{N}_0)\;.$$

A distribuição de Poisson surge frequentemente associada à contagem de acontecimentos raros. O parâmetro λ é, simultaneamente, o valor esperado e a variância de X, ou seja, $E[X] = V[X] = \lambda$. Considere um estudo sobre a severidade de uma doença causada por um fungo da videira, que é de crescimento micelial rápido. Nesse estudo são dispostos pedaços de planta (madeira com necrose) em várias placas de Petri. Ao fim de 5 dias conta-se o número de colónias por cada placa de Petri. O número médio de colónias por placa, ao fim de 5 dias, é de 2.2. O estudo revela que pode admitir-se que o número de colónias por placa ao quinto dia segue uma lei de Poisson, com parâmetro $\lambda = 2.2$.

(a) Verifique que o comando `dpois(3,2.2)` devolve a probabilidade de haver 3 colónias numa placa.

(b) Determine a probabilidade de, numa dada placa, se ter mais de 4 colónias (utilize o comando `ppois`).

(c) Determine a probabilidade de haver 2, 3 ou 4 colónias numa placa.