



Estatística

Introdução à Aplicação R

2008/2009

O que é o R?

- É um conjunto integrado de ferramentas computacionais que permitem a manipulação e análise de dados, o cálculo numérico e a produção de gráficos.
- É uma linguagem de programação simples (uma variante da linguagem S).
- É uma linguagem interpretada:
 - os comandos são imediatamente executados.
- É uma linguagem orientada por objectos:
 - os dados manipulados são armazenados na memória activa do computador na forma de objectos, que têm um nome e aos quais se podem aplicar acções.

Instalar o R

- ☰ O R é uma aplicação de distribuição gratuita e de código público (<http://cran.r-project.org/>), existindo versões já compiladas para execução nos principais sistemas operativos (Windows, Linux e Macintosh).
- ☰ Depois de fazer o *download* da versão adequada ao sistema operativo do computador (por ex. R-2.7.2-win32.exe, para o Windows), para instalar o R basta executar esse ficheiro.

Iniciar uma sessão de R

❏ Criar na área de trabalho uma nova pasta (por exemplo, aulasR) onde irão ser guardados os ficheiros de dados – pasta de trabalho.

❏ Iniciar o R:

Start → All Programs → R → R 2.7.2

(em alternativa, pode-se criar um atalho no desktop e alterar as suas propriedades de modo a iniciar a aplicação na pasta de trabalho)

RGui (Graphical user interface)

☰ O R funciona fundamentalmente no modo “pergunta-resposta”:

- Os comandos (frases que se escrevem numa certa sintaxe) introduzem-se a seguir à prompt (>) e são executados após pressionar Enter (↵)

☰ Edição de comandos:

- Seleccionar comandos executados anteriormente: ↑ ou ↓
- Percorrer a linha de comandos: ← ou →
- Colocar o cursor no início / fim da linha de comandos: Home / End

☰ Para terminar o R:

- executar o comando q () ou fechar a janela da aplicação.⁵

Comandos elementares

📄 Expressão - o resultado é apresentado no visor e não é registado em memória.

```
> 2+3/4*7^2
```

```
[1] 38.75
```

```
> exp(-2)/log(sqrt(2))
```

```
[1] 0.3904951
```

📄 Atribuição – o resultado da expressão é atribuído à variável e não é apresentado no visor.

```
> x <- 2      # <- é o operador de atribuição
```

```
> x
```

```
[1] 2
```

```
> x <- 2+3/4*7^2
```

```
> x
```

```
[1] 38.75
```

Designações das variáveis

Os nomes das variáveis podem conter letras (maiúsculas são diferentes de minúsculas), algarismos e pontos. O 1º caracter deve ser uma letra.

Exemplo: Pb . ISA

Alguns nomes são utilizados pelo sistema, pelo que devem ser evitados (por ex., c, q, t, C, D, F, I, T, diff, df, pt).

Help

☰ O comando `help` serve para obter informação sobre uma função específica. Por exemplo, para obter informação sobre a função `sin()` pode utilizar-se qualquer uma das opções:

- > **`help(sin)`**
- > **`help("sin")`**
- > **`?sin`**

☰ O comando `help.search()` permite pesquisar uma sequência de caracteres. Por exemplo,

- > **`help.search("solve system")`**

☰ O comando `help.start()` acede a uma página com informação diversa sobre o R.

(ver também o menu Help no ambiente de trabalho.)

Objectos



Os objectos são as entidades que o R cria e manipula e que são guardadas em memória.

– Para listar os objectos disponíveis pode utilizar-se qualquer uma das opções:

> **ls ()**

> **objects ()**

– Para mostrar alguma informação sobre os objectos:

> **ls.str ()**


– Para eliminar objectos:

> **rm (objecto1, objecto2, ...)**

– Para eliminar todos os objectos:

> **rm (list=ls ())**

Objectos (*Workspace*)

-  *Workspace* é a colecção dos objectos disponíveis numa sessão, que pode ser guardada num ficheiro com vista à sua utilização em futuras sessões de R.
- No final de cada sessão é perguntado ao utilizador se quer guardar o *workspace*. Caso a resposta seja afirmativa, todos os objectos disponíveis em memória são guardados no ficheiro “.RData”, na pasta de trabalho em uso, podendo ser carregados na próxima sessão de R.
 - Especificação da pasta de trabalho:
menu File → Change dir...
 - Importar um ficheiro de objectos (por exemplo o ficheiro “.RData”):
menu File → Load Workspace...

Alguns objectos

- *Vector*
- *Matrix*
- *List*
- *Data Frame*

Vector

Um vector é uma colecção ordenada de elementos do mesmo tipo (*mode*) (valores numéricos, lógicos, alfanuméricos, ...).

Uma das maneiras de criar um vector no R é através da função `c()`.

```
> x <- c(5.4, -3.7, 11.2, 0.78, 21.6)
```

```
> x
```

```
[1] 5.40 -3.70 11.20 0.78 21.60
```

```
> y <- c(FALSE, TRUE, TRUE, TRUE, FALSE)
```

```
> y
```

```
[1] FALSE TRUE TRUE TRUE FALSE
```

```
> nomes <- c("Ana", "Paulo", "Zé")
```

```
> nomes
```

```
[1] "Ana" "Paulo" "Zé"
```

Vector

Um vector pode conter os símbolos especiais NA e NaN, que designam um valor desconhecido e um valor não definido, respectivamente.

```
> y <- c(NA, 53, 31, 15, 62)
```


```
> sqrt(c(-1, 1, 2))
```

```
[1]      NaN 1.0000000 1.414214
```

```
Warning message:
```

```
NaNs produced in: sqrt(c(-1, 1, 2))
```

Vector

 `c()` é a função concatenação. Os argumentos desta função podem ser eles próprios vectores, pelo que `c(v1, v2)` devolve a concatenação dos vectores `v1` e `v2`. Esta função pode ter vários argumentos.

```
> c(x, 0, x)
```

```
[1] 5.40 -3.70 11.20 0.78 21.60 0.00  
    5.40 -3.70 11.20 0.78 21.60
```

```
> nomes <- c(nomes, "Manel")
```

```
> nomes
```

```
[1] "Ana"      "Paulo"    "Zé"      "Manel"
```

Vector numérico (operações aritméticas)

As operações entre dois vectores são realizadas elemento a elemento.

Alguns operadores aritméticos: +, -, *, /, ^

```
> v1 <- c(5,7)
```

```
> v2 <- c(10,11,12,13)
```

```
> 1/v1
```

```
[1] 0.2000000 0.1428571
```

```
> v1+v2 # o vector de menor dimensão é concatenado
```

```
> v1*v2 # consigo mesmo(total ou parcialmente) até  
ficar com o mesmo número de elementos do  
maior
```

```
> v1*4 # cada elemento de v1 é multiplicada por 4
```

Vector numérico (algumas funções)

- length (x) devolve o número de elementos do vector x,
- sum (x) devolve a soma dos elementos do vector x,
- prod (x) devolve o produto dos elementos do vector x,
- cumsum (x) devolve um vector cujos elementos são a soma acumulada dos elementos do vector x,
- cumprod (x) devolve um vector cujos elementos são o produto acumulado dos elementos do vector x,
- sort (x) devolve um vector com os elementos do vector x ordenados por ordem crescente,
- choose (n, k) devolve $\binom{n}{k}$.

Vector numérico (algumas funções)

Quando o argumento é o vector x , as funções `log`, `exp`, `sin`, `cos`, `tan`, `atan`, `sqrt`, `abs`, ... devolvem o vector em que cada elemento é o resultado de aplicar a função ao elemento homólogo de x .

Geração de sequências regulares

 O R permite gerar sequências de valores numéricos

```
> 1:15      # define o vector c(1,2,...,14,15)
> 15:1      # define o vector c(15,14,...,2,1)
> 2*1:15    # define o vector c(2,4,...,28,30)
> (2*1):15  # define o vector c(2,3,...,14,15)
> seq(1,15)
> seq(to=15,from=1)
> seq(-5,-1,by=0.5)
[1] -5.0 -4.5 -4.0 -3.5 -3.0 -2.5 -2.0 -1.5 -1.0
> seq(length=9, from=-5, by=0.5)
> rep(1:3,2) # define o vector c(1,2,3,1,2,3)
> rep(1:3,each=2) # é o vector c(1,1,2,2,3,3)
```

Vector lógico (operações)

Os resultados das operações que envolvem os operadores relacionais:

$<$, $<=$, $>$, $>=$, $==$, $!=$

são valores lógicos.

```
> 2==sqrt(4)
```

```
[1] TRUE
```

```
> 2!=sqrt(4)
```

```
[1] FALSE
```

Quando aplicados a vectores, produzem vectores lógicos.

```
> x
```

```
[1] 5.40 -3.70 11.20 0.78 21.60
```

```
> x>11
```

```
[1] FALSE FALSE TRUE FALSE TRUE
```

Vector lógico (operações)

Os operadores lógicos conjunção, disjunção e negação são, respectivamente:

& | !

```
> x
[1]  5.40 -3.70 11.20  0.78 21.60
> x>13 | x<5
[1] FALSE TRUE  FALSE TRUE  TRUE
```

Vector lógico (função `is.na`)

☰ A função `is.na(x)` devolve um vector lógico em que cada elemento é `TRUE` se o elemento homólogo em `x` é do tipo `NA` ou `NaN`, e ou `FALSE` caso contrário.

```
> z <- c(5.4, -3.7, 11.2, NA, 21.6)
```

```
> is.na(sqrt(z))
```

```
[1] FALSE TRUE FALSE TRUE FALSE
```

```
Warning message:
```

```
NaNs produced in: sqrt(z)
```

```
> !is.na(z)
```

```
[1] TRUE TRUE TRUE FALSE TRUE
```

Seleção de componentes de vetores

☰ Cada elemento de um vector pode ser seleccionado indicando a sua posição entre parêntesis rectos a seguir ao nome do vector.

```
> letras<-c("a","b","c","d","e","f","g")
> letras[3]
[1] "c"
```

☰ Pode também criar-se um vector constituído por alguns dos elementos do vector `x` indicando as suas posições num vector `ind` colocado entre parêntesis rectos:

```
> ind<- c(1,2,4)
> letras[ind]
[1] "a" "b" "d"
> letras[-ind] # devolve os elementos de letras
                 que não estão nas posições
                 indicadas em ind
[1] "c" "e" "f" "g"
```

Seleção de componentes de vectores (cont.)

☰ Pode também seleccionar-se elementos de um vector escrevendo uma condição entre parêntesis rectos a seguir ao nome do vector.

```
> x
```

```
[1] 5.40 -3.70 11.20 0.78 21.60
```

```
> x[x>0]
```

```
[1] 5.40 11.20 0.78 21.60
```

```
> x[x>0 & x<10]
```

```
[1] 5.40 0.78
```

```
> notas <- c(1,2,0.75,0.5,1.75,1,0.75,1,0.5)
```

```
> teste <- c("I1","I2","Iac","II1","II2","IIac",  
+ "III1","III2","IIIac")
```

```
> teste[notas>1]
```

```
[1] "I2" "II2"
```

Matrix

- ☰ Uma matriz é uma colecção de dados, todos do mesmo tipo, referenciados por dois índices. É uma generalização para duas dimensões de um vector.
- ☰ Uma matriz é definida pelo número de linhas (n), número de colunas (m) e um conjunto de $(n \times m)$ valores.

Matrix (cont.)

☰ A função `matrix()` serve para criar matrizes.

```
> M <- matrix(1:12, 3, 4)
```

vector de valores n°linhas n°colunas

```
> M
```

	[, 1]	[, 2]	[, 3]	[, 4]
[1,]	1	4	7	10
[2,]	2	5	8	11
[3,]	3	6	9	12

☰ A opção `byrow=TRUE` faz com que os elementos sejam dispostos por linha.

```
> M <- matrix(1:12, 3, 4, byrow=TRUE)
```

Matrix (cont.)

Um objecto do tipo *matrix* tem associado o atributo `dim` que indica a sua dimensão, i.e., n° de linhas e n° de colunas.

```
> dim(M) # ver a dimensão de M
```

```
[1] 3 4
```

Um vector pode ser transformado numa matriz.

```
> A <- c(3, 2, -4, 0, -1, 8) # A é um vector
```

```
> dim(A) <- c(3, 2) # transforma A numa  
matriz com 3 linhas e 2  
colunas
```

```
> A
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    3    0  
[2,]    2   -1  
[3,]   -4    8
```

Matrix (cont.)

☰ Uma matriz pode ser transformada num vector.

> **A**

```
      [,1] [,2]
[1, ]    3    0
[2, ]    2   -1
[3, ]   -4    8
```

> **as.vector(A)** # devolve um vector cujos
elementos são os da
matriz

```
[1]  3  2 -4  0 -1  8
```

Matrix (cont.)

☰ Pode criar-se uma matriz por concatenação de vectores e/ou matrizes :

- A função `cbind` faz a concatenação dos objectos por coluna


```
> u <- 1:3 ; v <- 4:6
```

```
> U <- cbind(u, v)
```


- A função `rbind` faz a concatenação dos objectos por linha

```
> V <- rbind(u, v)
```

Matrix (indexação e selecção de componentes)

 $M[i, j]$ é o elemento de M que está na linha i e na coluna j

> **M[3,1]**


 $M[i,]$ é a linha i e $M[, j]$ é a coluna j da matriz M . Estes objectos são do tipo *vector*

> **M[2,]**

> **M[, 1]**

 Para seleccionar parte de uma linha/coluna indicam-se os índices correspondentes

> **M[c(1,3), 1]** # igual a $M[-2, 1]$


 Se a selecção incluir mais do que uma linha e mais do que uma coluna, o resultado é uma submatriz

> **M[2:3, c(1,3,4)]**

List


- ☰ Uma lista é uma colecção ordenada de objectos, que podem ser de tipos diferentes (vectors numéricos, vectors lógicos, matrizes, listas, funções, ...).
- ☰ Vamos chamar componente a cada um dos objectos da lista.
- ☰ As componentes são numeradas e podem ter um nome associado.
- > `estudante<-list(nr=12345,nome="José Silva",
+ notas=c(2.5,3.4,2.1,4.3),"Arq P")`
- ☰ O resultado de muitas funções é uma lista.

List (selecção de componentes)

 As componentes de uma lista são indexadas e podem ser referidas pelo seu índice, utilizando parêntesis rectos duplos; se tiverem nome, também podem ser referidas pelo nome.

> **estudante**[[2]]

> **estudante**\$nome

 Se forem utilizados parentesis rectos simples, o resultado é uma sub-lista formada pelas componentes referidas.

> **estudante**[2:3]

Data frame

☰ Uma *data frame* é semelhante a uma matriz em que as colunas podem ser de tipos diferentes.

```
> resultados <- data.frame(numA=12345:12350,  
+ turma=c(1,1,2,2,3,3),nota=c(10.1,8.2,12.5,  
+ 13.1,9.7,7.3))
```

☰ As *data frames* são casos especiais de listas em que as componentes têm o mesmo n° de elementos.

Data frame (selecção de componentes)

Os elementos de uma *data frame* podem ser referidos (como numa matriz) indicando a linha e a coluna:

> **resultados [3, 1]**

> **resultados [, 2]**

A notação `nomeDataFrame$nomeComponente` (como numa lista) também pode ser usada:

> **resultados\$turma**

> **resultados [[2]]**

Data frame (função attach)

- As consultas a *data frames* podem ser simplificadas utilizando a função `attach()`
- A função `attach()` permite aceder directamente às colunas de uma *data frame*, sem necessidade de referir o nome da *data frame*.

```
> turma
```

```
Error: object "turma" not found
```

```
> attach(resultados)
```

```
> turma
```

```
[1] 1 1 2 2 3 3
```

```
> detach(resultados)
```

```
> turma
```

```
Error: object "turma" not found
```

Leitura de ficheiros

Uma tabela de valores, registada num ficheiro de texto (ASCII), pode ser atribuída a uma *data frame*, através da função

```
read.table(ficheiro, header=FALSE, sep=" ", dec =  
".", row.names, col.names, as.is = FALSE,  
na.strings = "NA")
```

em que,

ficheiro é o nome do ficheiro de dados; se este não se encontrar na pasta de trabalho, é necessário indicar o endereço completo (utilizando / ou \\ como separador de pastas);

header é uma variável lógica que indica se o ficheiro tem ou não os nomes das variáveis na primeira linha. Por omissão o valor é FALSE;

sep é o caracter que separa os valores em cada linha; por omissão é " " que corresponde a um ou mais espaços em branco;

Leitura de ficheiros (cont.)

dec é o caracter utilizado como separador decimal. Por omissão é o ponto;

row.names é um vector com os nomes das linhas. Por omissão 1, 2, 3, ...;

col.names é um vector com os nomes das colunas. Por omissão V1, V2, V3, ...;

as.is é uma variável lógica que controla a conversão das variáveis alfanuméricas em factores (objectos do R para variáveis qualitativas – vectores de categorias). Se o seu valor é TRUE a leitura mantém o tipo original dos dados;

na.strings é o valor usado para os dados desconhecidos no ficheiro e que será convertido em NA.

Leitura de ficheiros (exemplo)



O ficheiro de texto (com valores separados por vírgulas e com cabeçalho) `\\prunus\home\cadeiras\Estatistica\EstacMeteo.csv` contém dados referentes às estações meteorológicas automáticas do Instituto de Meteorologia de Portugal.

Criar a *data frame* `estac.meteo` com o conteúdo deste ficheiro.

```
> estac.meteo <- read.table("//prunus/home/  
+ cadeiras/Estatistica/EstacMeteo.csv",  
+ header=TRUE, as.is=TRUE, sep=",")
```

Escrita em ficheiros

Para escrever num ficheiro o conteúdo de uma *data frame* ou de uma matriz usa-se a função

```
write.table(x, file="", quote=TRUE, sep=" ",  
na="NA", dec=".", row.names=TRUE, col.names=TRUE)
```

em que,

x é o nome do objecto a guardar;

file é o nome do ficheiro, incluindo o caminho de pastas;

quote é uma variável lógica que indica se as variáveis alfanuméricas são ou não escritas entre aspas;

sep é o caracter que separa os valores em cada linha; por omissão é um espaço em branco;

Escrita em ficheiros (cont.)

na é a representação no ficheiro dos NA's de x ;

dec é o caracter utilizado como separador decimal. Por omissão é o ponto;

row.names , **col.names** ou são variáveis lógicas que indicam se o ficheiro vai ou não conter os nomes das linhas/colunas de x , ou são vectores alfanuméricos com os nomes a atribuir às linhas/colunas no ficheiro;

📄 Exemplo: Guardar no ficheiro “resultados.csv” a *data frame* resultados, utilizando como separador de campos a vírgula.

```
> write.table(resultados, "resultados.csv",  
+ row.names=FALSE, sep=",")
```

Indicadores numéricos no R

- mean (x) devolve a média dos elementos do vector x
- median (x) devolve a mediana dos elementos do vector x
- quantile (x, probs=p) devolve o quantil de ordem p dos elementos do vector x; por omissão $p = \text{seq}(0, 1, 0.25)$, isto é, devolve os extremos e os quartis de x
- max (x) / min (x) devolve o máximo/mínimo dos elementos do vector x
- range (x) devolve o vector $c(\min(x), \max(x))$
- IQR (x) devolve a amplitude inter-quartil dos elementos do vector x

Indicadores numéricos no R (cont.)

- ☰ `var(x)` devolve a variância dos elementos do vector `x`; é igual a $\text{sum}((x - \text{mean}(x))^2) / (\text{length}(x) - 1)$
- ☰ `sd(x)` devolve o desvio padrão dos elementos do vector `x`; é igual a `sqrt(var(x))`
- ☰ `summary(x)` devolve os extremos, os quartis e a média do vector `x`

Funções e valores NA

☰ Muitas das funções estatísticas anteriores podem ser usadas com um argumento adicional, na seguinte forma

`função(x, na.rm=FALSE)`

em que `na.rm` é uma variável lógica que indica se os valores desconhecidos devem ser ou não ignorados.

Caso o vector `x` inclua elementos NA,

- se `na.rm=FALSE` (o que ocorre por omissão) a função devolve NA ou uma mensagem de erro,
- se `na.rm=TRUE` os valores NA são ignorados.

> **`y <- c(NA, 53, 31, 15, 62)`**

> **`mean(y)`**

> **`mean(y, na.rm=TRUE)`**