

SOLUÇÕES DE ALGUNS EXERCÍCIOS DA FICHA DE EXERCÍCIOS VARIADOS SOBRE ESPAÇOS VETORIAIS

1. (a) $\mathcal{C}(A) = \{(b_1, b_2, b_3, b_4) : b_2 = 2b_3 - 3b_1, b_1 \in \mathbb{R}, b_3 \in \mathbb{R}, b_4 \in \mathbb{R}\}$.

Trata-se de um hiperplano de \mathbb{R}^4 que passa na origem.

(b) Uma possível base é $\{v_1, v_2, v_3\}$ e a dimensão de $\mathcal{C}(A)$ é 3.

(c) $y = 0v_1 - 2v_2 + v_3$.

(d) Por exemplo $(1, 0, 0, 0)$ (Justifique!)

(e) $\dim(\mathcal{N}(A)) = 0$.

(f) Não! Todas as bases para $\mathcal{C}(A)$ possuem 3 vetores.

(g) Determinado.

2. (a) $\mathcal{N}(A) = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 = -x_2 + x_3 = 0, x_2 \in \mathbb{R}, x_3 \in \mathbb{R}\}$

Define o plano de \mathbb{R}^3 que passa na origem e contém as direções $(-1, 1, 0)$ e $(1, 0, 1)$.

(b) Uma possível base é $\{(1, -1, 2)\}$.

(c) $\text{car}(A) = \dim \mathcal{C}(A) = 1$.

(d)

3. (a) $\alpha = -2$ e $\alpha = 1$.

(b) Uma possível base para \mathbb{R}^3 é $\{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 2)\}$.

4. (a) $\dim(V) = 2$.

(b)

(c) Por exemplo, $A = [v_1 \ v_2]$ onde $v_1 = (1, 1, 0)$ e $v_2 = (-1, 1, 1)$ (indique outra possível matriz).

5. (a)

(b) Por exemplo, $[u \ v \ u + v]$.

- (c) $\mathcal{N}(A) = \langle (-1, -1, 1) \rangle$ para a matriz indicada em b).
6. (a) Não (4 vetores de \mathbb{R}^3 são sempre l.d.)
(b) Sim.
(c) $\{v_1, v_2, v_4\}$.
7. (a) $\mathcal{N}(A) = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 = x_3, x_2 = -\frac{1}{2}x_3, x_3 \in \mathbb{R}\}$.
 $\mathcal{N}(A)$ define a reta de \mathbb{R}^3 que passa na origem e contém a direção $(1, -\frac{1}{2}, 1)$.
(b) $\dim(V) = 2$ e uma possível base para V é $\{(0, 1, 1, 0), (-1, 0, 0, 1)\}$.
(c)