

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

2º teste de Álgebra Linear (A)
21 de dezembro de 2018 - Duração: 1h30m

Número:

Nome:

Turma:

[4.5v] 1. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$.

- a) Indique, justificando, um vetor não nulo ortogonal a $\mathcal{C}(A)$.
- b) Determine uma base ortogonal de \mathbb{R}^3 que contenha uma base de $\mathcal{C}(A)$.
- c) Determine o vetor de $\mathcal{C}(A)$ mais próximo de b e indique a distância de b a $\mathcal{C}(A)$.
- d) Determine $c \in \mathbb{R}^3$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\text{proj}_{\mathcal{C}(A)}(c) = \text{proj}_{\mathcal{C}(A)}(b)$ e $\text{proj}_{\mathcal{C}(A)^\perp}(c) = (2, 1, \alpha)$. Justifique a resposta.

[2.5v] 2. Considere $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$.

- a) Mostre que -1 é valor próprio de A .
- b) Descreva analítica e geometricamente o sub-espaço próprio associado ao valor próprio -1 .
- c) Determine x e y de modo que $v = (x, 1, y)$ seja vetor próprio de A e que a área do paralelogramo definido por v e $u = (0, 1, 1)$ seja igual a 1.

[3v] 3. Uma empresa alimentar pretende produzir com custo mínimo uma mistura de vegetais congelados contendo feijão, milho e couve. A mistura deve satisfazer os seguintes requisitos: a quantidade de feijão não excede uma percentagem α do peso total da mistura; a quantidade de couve não excede 30% do peso total da mistura; as quantidades de ferro, fósforo e cálcio são maiores ou iguais a 7.5, 200 e 4250 miligramas, respetivamente. A composição nutricional e o custo de aquisição dos ingredientes estão na tabela abaixo.

| Ingrediente | Ferro (mg/kg) | Fósforo (mg/kg) | Cálcio (mg/kg) | Custo (€/kg) |
|-------------|------------------|--------------------|-------------------|-----------------|
| Feijão | 1 | 20 | 500 | 2 |
| Milho | 1 | 40 | 600 | 4 |
| Couve | 1 | 60 | 900 | 3 |

- a) Formule o problema em programação linear, atribuindo significado às variáveis.
- b) Escreva o problema na forma *standard*.
- c) Sabe-se que para um certo valor de α a solução que utiliza 3 kg de feijão, 2.25 kg de milho e 2.25 kg de couve corresponde a um vértice da região admissível do problema. Indique, justificando, esse valor de α .