INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA

ESTATÍSTICA E DELINEAMENTO – 2019-20

13 de Janeiro de 2020 **Segundo Teste** **Duração: 2h30**

I [8,5 valores]

Um estudo sobre o balanço hídrico em oliveiras envolveu medições de várias variáveis meteorológicas durante 55 chuvadas: precipitação (`Pg`, em mm); duração da chuvada (`dur`, em horas); intensidade média da precipitação (`int`, em mm h^{-1}); taxa máxima de evaporação (`Evap`, em mm h^{-1}); e velocidade média do vento (`Vvento`, em m s^{-1}). Para cada chuvada, foram escolhidas algumas árvores, de forma aleatória e independente, e mediu-se o escorrimento médio ao longo do tronco de árvores (`Stemflow`, em mm), bem como características morfológicas médias das árvores: altura total (`alt`, em m); altura do tronco (`alt.tronco`, em m); perímetro do tronco (`P.tronco`, em m); área da copa (`Area.copa`, em m^2).

Modelou-se o logaritmo natural do escorrimento ao longo do tronco (`log(Stemflow)`) à custa do logaritmo natural da precipitação (`log(Pg)`) e das restantes variáveis (não transformadas) disponíveis. Eis os resultados obtidos:

```
Call: lm(formula = log(Stemflow) ~ log(Pg) + int + dur + Evap + Vvento +
    alt.arv + alt.tronco + P.tronco + Area.Copa, data = StemFV)
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -12.79092    2.34568  -5.453 2.01e-06
log(Pg)       1.89779    0.25387   7.475 2.02e-09
int          -0.02079    0.12293  -0.169 0.866430
dur          -0.01614    0.01738  -0.929 0.358028
Evap         -0.51082    0.12087  -4.226 0.000115
Vvento        0.92802    0.22048   4.209 0.000121
alt.arv       2.51834    1.22131   2.062 0.045011
alt.tronco    0.94257    2.02048   0.467 0.643102
P.tronco     -4.50441    1.01435  -4.441 5.77e-05
Area.Copa    -0.38015    0.27904  -1.362 0.179870
---
Residual standard error: 1.195 on ??? degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8429, Adjusted R-squared: 0.8115
F-statistic: ??? on ??? and ??? DF,  p-value: 2.991e-15
```

1. Discuta pormenorizadamente a qualidade de ajustamento do modelo.

2. Calcule e interprete o intervalo a 95% de confiança para a variação esperada na variável resposta, por cada metro quadrado adicional na área da copa, mantendo fixas as restantes variáveis. Será que se pode afirmar que esta variável preditora é dispensável no modelo?

3. Comente a seguinte afirmação: "*sendo tudo o resto igual, são diferentes os aumentos médios que ocorrem no logaritmo do escorrimento ao longo do tronco por cada metro adicional na altura da árvore, ou por cada metro adicional na altura do tronco*". Baseie a sua resposta num teste de hipóteses adequado, sabendo que a estimativa da covariância entre os estimadores dos parâmetros destas duas variáveis é -1.537745.

4. Foi ajustado um submodelo, resultante de excluir quatro preditores (`int`, `dur`, `alt.tronco` e `Area.Copa`), cujo coeficiente de determinação foi $R^2 = 0.8127$. Este valor deve ser considerado significativamente inferior ao do modelo com 9 preditores, inicialmente ajustado?

5. Calcule o valor do coeficiente de determinação modificado para o submodelo considerado na alínea anterior. Comente.

II [7 valores]

Num estudo envolvendo genótipos da casta Alvarinho, em Monção, foi estudo o rendimento (variável `rend`, em kg/planta) de 6 genótipos (ou clones), em 4 ambientes. Em cada ambiente foram aleatoriamente associadas 9 parcelas a cada um dos genótipos. Em baixo indicam-se os rendimentos médios obtidos em cada situação experimental. A média e a variância amostrais da totalidade dos rendimentos foram, respectivamente, 3.505421 kg/planta e 8.756217 $(kg/planta)^2$.

```
         clone
ambiente AI1   AI2   AI3   AI4   AI5   AI6
    Amb1 1.292 1.776 1.496 1.871 1.614 1.334
    Amb2 6.319 6.001 7.567 8.055 5.823 6.158
    Amb3 5.303 7.031 4.341 7.026 3.879 4.098
    Amb4 0.518 0.647 0.478 0.592 0.449 0.463
```

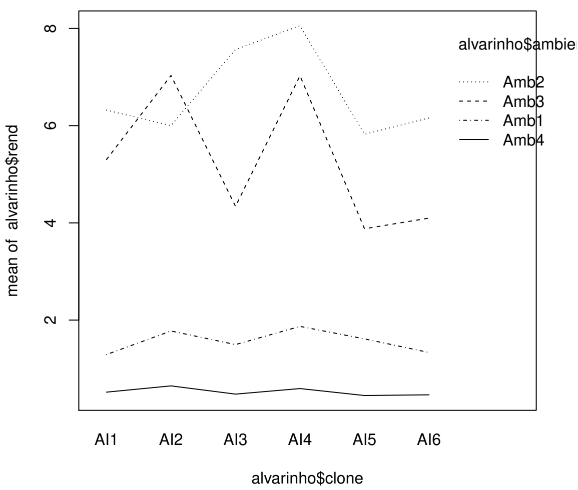
1. Diga, justificando, qual o delineamento experimental utilizado e descreva pormenorizadamente o modelo ANOVA mais adequado.

2. Construa a tabela de síntese da ANOVA que indicou, sabendo que a estimativa da variância dos erros aleatórios é 1.8728; que a Soma de Quadrados associada aos efeitos de genótipo é 53.5437; e que o valor calculado da estatística do teste aos efeitos de ambiente é 247.150.

3. Que tipos de efeitos podem ser considerados significativos? Descreva em pormenor um dos testes e de forma mais sucinta o(s) restante(s).

4. Pode afirmar-se que os rendimentos obtidos no Ambiente 2 com qualquer dos genótipos ensaiados são significativamente diferentes dos rendimentos obtidos no Ambiente 1, com qualquer desses genótipos? Justifique formalmente.

5. Descreva e comente o gráfico seguinte à luz da informação disponível.



III [4,5 valores]

1. Considere um modelo de regressão linear múltipla com p preditores, ajustado com base em n observações. Admita que no primeiro passo dum algoritmo de exclusão sequencial, baseado nos testes t às hipóteses $H_0 : \beta_j = 0$ *vs.* $H_1 : \beta_j \neq 0$, foi seleccionado um submodelo. Mostre que, entre os submodelos considerados, o submodelo escolhido é o que tem maior coeficiente de determinação. Pode afirmar-se a mesma coisa se fôr usada a variante do algoritmo de exclusão sequencial baseada no Critério de Informação de Akaike?

2. Considere uma regressão linear múltipla com p preditores e ajustada com base em n observações.

   (a) Descreva em pormenor o modelo de regressão linear múltipla, usando notação matricial/vectorial.

   (b) Descreva o triângulo rectângulo no espaço das variáveis, $\mathbb{R}^n$, cujos lados estão directamente associados à Fórmula Fundamental da Regressão.

   (c) Mostre que o vector $\vec{\boldsymbol{\epsilon}}$ dos erros aleatórios do modelo e o vector dos resíduos, $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{Y}} - \hat{\vec{\mathbf{Y}}}$, estão relacionados pela seguinte equação: $\vec{\mathbf{E}} = (\mathbf{I} - \mathbf{H})\,\vec{\boldsymbol{\epsilon}}$. Utilize esta equação para mostrar que a Soma de Quadrados Residual não pode exceder a soma de quadrados dos erros aleatórios, $\vec{\boldsymbol{\epsilon}}^{\,t}\vec{\boldsymbol{\epsilon}}$.

   (d) Utilize a equação da alínea anterior para deduzir a distribuição de probabilidades do vector dos resíduos, $\vec{\mathbf{E}}$, ao abrigo do modelo.