

---

INSTITUTO SUPERIOR DE AGRONOMIA  
ESTATÍSTICA E DELINEAMENTO – 2020-21  
Resoluções dos Exercícios Introdutórios

1. Os comandos do R necessários para a resolução são os seguintes:

(a) `> precip <- c(101.0, 60.7, 75.1, 19.9, 26.7, 10.5, 2.5, 39.8, 5.7, 51.7, 50.1, 170.6)`

O resultado pode ser visualizado escrevendo o nome do objecto criado:

```
> precip
[1] 101.0 60.7 75.1 19.9 26.7 10.5 2.5 39.8 5.7 51.7 50.1 170.6
```

(b) `meses <- c("Jan", "Fev", "Mar", "Abr", "Mai", "Jun", "Jul", "Ago", "Set", "Out", "Nov", "Dez")`

Resultado:

```
> meses
[1] "Jan" "Fev" "Mar" "Abr" "Mai" "Jun" "Jul" "Ago" "Set" "Out" "Nov" "Dez"
```

(c) `names(precip) <- meses`

Resultado:

```
> precip
  Jan  Fev  Mar  Abr  Mai  Jun  Jul  Ago  Set  Out  Nov  Dez
101.0 60.7 75.1 19.9 26.7 10.5 2.5 39.8 5.7 51.7 50.1 170.6
```

(d) i. `> sum(precip)`

```
[1] 614.3
```

ii. `> mean(precip)`

```
[1] 51.19167
```

iii. `> median(precip)`

```
[1] 44.95
```

iv. `> var(precip)`

```
[1] 2291.604
```

v. `> sd(precip)`

```
[1] 47.87071
```

ou

`> sqrt(var(precip))`

```
[1] 47.87071
```

vi. `> min(precip)`

```
[1] 2.5
```

vii. `> max(precip)`

```
[1] 170.6
```

(e) i. `> precip[10]`

```
Out
```

```
51.7
```

ou, em alternativa,

```
> precip["Out"]
```

```
Out
```

```
51.7
```

ii. `> precip[6:9]`

```
Jun Jul Ago Set
```

```
10.5 2.5 39.8 5.7
```

- 
- (f) i. O comando `precip > 50` cria um vector de valores lógicos “verdade” (TRUE) ou “falso” (FALSE), resultantes da comparação de cada valor do vector `precip` com o valor 50:

```
> precip > 50
  Jan  Feb  Mar  Apr  Mai  Jun  Jul  Ago  Set  Out  Nov  Dez
TRUE TRUE TRUE FALSE FALSE FALSE FALSE FALSE TRUE TRUE TRUE
```

Este vector lógico pode ser usado, por sua vez, para indexar o vector `precip`, fazendo com que apenas os valores de precipitação correspondentes ao valor lógico TRUE (ou seja, apenas as precipitações superiores a 50mm) sejam devolvidos:

```
> precip[precip > 50]
  Jan  Feb  Mar  Out  Nov  Dez
101.0 60.7 75.1 51.7 50.1 170.6
```

- ii. Para obter apenas as precipitações superiores à média pode adequar-se a condição lógica, da seguinte forma: `precip > mean(precip)`. Assim, as precipitações acima da média podem ser obtidas pelo comando:

```
> precip[precip > mean(precip)]
  Jan  Feb  Mar  Out  Dez
101.0 60.7 75.1 51.7 170.6
```

- (g) i. Tal como na alínea anterior, o comando `precip == min(precip)` devolve um vector de valores lógicos (TRUE ou FALSE) correspondentes a cada elemento do vector `precip` ter, ou não, valor igual ao valor de precipitação mínimo (atenção ao duplo sinal de igualdade, que é a forma obrigatória de perguntar se se verifica uma igualdade de valores). Esse vector lógico tem comprimento igual ao vector original `precip`, o que em vectores com muitos dados pode dificultar a identificação do(s) elemento(s) que verificam a condição lógica. O comando `which` facilita essa identificação, uma vez que selecciona apenas os elementos dum vector que verificam a condição lógica. Nesta alínea é pedido para identificar o mês onde se verificou a precipitação mínima, e isso pode ser feito através do seguinte comando:

```
> which(precip == min(precip))
Jul
7
```

Repare-se que o valor devolvido (7) *não* é a precipitação mínima, mas o índice da posição no vector `precip` onde se encontra o valor mínimo (neste caso, o sétimo mês, Julho).

Uma forma alternativa de identificar o mês de menor precipitação seria o de utilizar a mesma condição lógica para indexar o vector `meses`. Esta indexação cruzada é possível porque os vectores `meses` e `precip` têm o mesmo tamanho, e posições correspondentes. Eis a resposta utilizando esta indexação cruzada:

```
> meses[precip == min(precip)]
[1] "Jul"
```

- ii. Tal como no ponto anterior, a resposta pode ser obtida da seguinte forma:

```
> which(precip == max(precip))
Dez
12
```

Nota: Inspeccione o resultado do comando `precip == max(precip)`. Atenção ao duplo sinal de igualdade.

- (h) Executar o comando `plot(precip)`

- 
- (i) Executar os comandos `plot(precip, type="l")` e `plot(precip, type="h")`. Para dados de precipitação mensal será mais adequado o gráfico tipo histograma, produzido pela opção `type="h"`.

2. Para visualizar os dados, basta escrever `sunspots`.

(a) `> length(sunspots)`  
[1] 2820

(b) Os comandos necessários são:

- i. `hist(sunspots)`
- ii. `hist(sunspots, breaks=(0:26)*10)`

(c) i. `> quantile(sunspots)`  
0% 25% 50% 75% 100%  
0.000 15.700 42.000 74.925 253.800  
ii. `> quantile(sunspots, 0.9)`  
90%  
112

(d) `> summary(sunspots)`  
Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.  
0.00 15.70 42.00 51.27 74.93 253.80

(e) O comando pedido é `boxplot(sunspots)`.

3. (a) O comando pedido é

```
> estacas <- matrix(nrow=4, ncol=3, c(26,32,24,39,18,22,24,19,16,6,12,2))
```

O resultado é:

```
> estacas  
      [,1] [,2] [,3]  
[1,]  26  18  16  
[2,]  32  22   6  
[3,]  24  24  12  
[4,]  39  19   2
```

(b) `> rownames(estacas) <- c("sI/sB", "cI/sB", "sI/cB", "cI/cB")`  
`> colnames(estacas) <- c("Morte", "Calo", "Enraizamento")`

Resultado:

```
> estacas  
      Morte Calo Enraizamento  
sI/sB    26  18         16  
cI/sB    32  22         6  
sI/cB    24  24         12  
cI/cB    39  19         2
```

(c) Pedese para extrair a terceira (última) coluna da matriz, como se fosse um vector. O comando adequado envolve a *indexação* da matriz, que utiliza parenteses rectos, indicando-se antes duma vírgula o número das linhas a extrair, e depois da vírgula o número de colunas a extrair ou os

respectivos nomes (caso tenham sido atribuídos). Quando se pretende a totalidade das linhas ou colunas, pode-se deixar o respectivo espaço em branco, como se indica de seguida:

```
> estacas[,3]                ou                > estacas[,"Enraizamento"]
sI/sB cI/sB sI/cB cI/cB          sI/sB cI/sB sI/cB cI/cB
  16    6   12    2              16    6   12    2
```

Repare-se que, por omissão, uma coluna duma matriz é transformada num vector (e não numa matriz com uma única coluna). Repare-se ainda que este vector apenas é mostrado no ecrã, não tendo sido guardado em nenhum novo objecto. caso se desejasse criar um novo objecto contendo esse vector seria necessário utilizar o sinal de atribuição (“<-”). Para obter o número total de estacas enraizadas, basta somar os elementos do vector:

```
> sum(estacas[,"Enraizamento"])
[1] 36
```

- (d) Embora se pudesse repetir para cada linha e coluna aquilo que se fez na alínea anterior, o comando `apply` permite aplicar uma função (indicada com terceiro argumento do comando) a uma matriz (primeiro argumento), na dimensão 1 (linhas) ou 2 (colunas):

```
> apply(estacas,1,sum)
sI/sB cI/sB sI/cB cI/cB
  60    60    60    60
> apply(estacas,2,sum)
      Morte      Calo Enraizamento
      121      83      36
```

- (e) Aplicando o comando `sum` a uma matriz, obtém-se a soma de todos os seus elementos. Assim, basta dividir os vectores de somas de linha/coluna obtidos na alínea anterior por essa soma:

```
> apply(estacas,1,sum)/sum(estacas)
sI/sB cI/sB sI/cB cI/cB
  0.25  0.25  0.25  0.25
> apply(estacas,2,sum)/sum(estacas)
      Morte      Calo Enraizamento
  0.5041667  0.3458333  0.1500000
```

- (f) Trata-se da submatriz constituída pelas linhas 1 e 3 da matriz. Assim:

```
> estacas[c(1,3),]
      Morte Calo Enraizamento
sI/sB    26  18      16
sI/cB    24  24      12
```

4. (a) `> dbinom(5,8,0.5)`

```
[1] 0.21875
```

- (b) Os valores possíveis são os inteiros de 0 a 8 (inclusive).

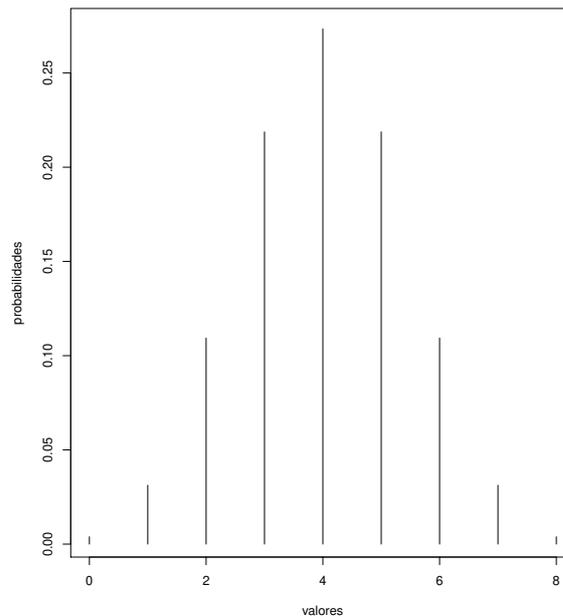
```
> dbinom(0:8,8,0.5)
[1] 0.00390625 0.03125000 0.10937500 0.21875000 0.27343750 0.21875000 0.10937500
[8] 0.03125000 0.00390625
```

Para construir o diagrama de barras da função de massa probabilística (que, a cada possível valor de  $X$  associa uma barra cuja altura é proporcional à respectiva probabilidade), pode usar-se o seguinte comando:

---

```
> plot(0:8, dbinom(0:8, 8, 0.5), type="h", xlab="valores", ylab="probabilidades")
```

O primeiro argumento do comando `plot` indica os valores de  $X$  (os inteiros de 0 a 8). O segundo argumento indica as respectivas probabilidades. O terceiro argumento (de nome `type`) indica o tipo de gráfico desejado, e a opção "h" - primeira letra de `histogram` - indica que se pretende um diagrama de barras. Os argumentos `xlab` e `ylab` indicam os nomes associados aos eixos horizontal e vertical, respectivamente. O resultado deste comando é o seguinte:



```
(c) > sum(dbinom(0:8,8,0.5)*(0:8))  
[1] 4
```

Confirma-se a expressão geral do valor esperado duma  $B(m,p)$ :  $E[X] = 8 \times 0.5 = 4$ .

```
(d) > pbinom(5,8,0.5)  
[1] 0.8554688
```

```
(e) > 1-pbinom(3,8,0.5)  
[1] 0.6367187
```

## 5. Poisson.

```
(a) > dpois(3,2.2)  
[1] 0.1966387
```

Confirmação (tome nota das funções utilizadas para obter o factorial e a exponencial):

```
> exp(-2.2)*2.2^3/factorial(3)  
[1] 0.1966387
```

```
(b) > 1-ppois(4,2.2)  
[1] 0.07249631
```

```
(c) > ppois(4,2.2)-ppois(1,2.2)  
[1] 0.5729336
```

---

ou, alternativamente,

```
> sum(dpois(2:4,2.2))  
[1] 0.5729336
```