

## Módulo 3



**Brigite Botequim**

**[bbotequim@isa.ulisboa.pt](mailto:bbotequim@isa.ulisboa.pt)**

## Ordenamento e Gestão Florestal

## Engenharia Florestal e dos Recursos Naturais

# Outline:

## | Módulo 3 Aula #3

- Planeamento da gestão do povoamento florestal, conservação e proteção
  - *A estruturação e o desenvolvimento dos processos de planeamento.*
  - *Critérios de decisão*
  - *Os problemas e os modelos de planeamento da gestão de povoamentos com composição pura e estrutura regular*
  - **Os problemas e os modelos de planeamento da gestão de povoamentos com composição mista e com estrutura irregular**
  - Exercícios de aplicação (1, 2 e 3)
  - Exercícios de apoio – revisão teste #2

## □ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

- O que é um povoamento irregular ?
- Vantagens e desvantagens de povoamentos irregulares
- Aspectos chave na gestão de povoamentos irregulares
- Selecionar uma distribuição de classe de diâmetro alvo
  - **Exemplo#1.** Maturidade financeira
- *O fator-Q, Parâmetros a e k*
  - **Exemplo#2.** Interpretação gráfica dos parâmetros K, fator -Q , Area basal e taxa regeneração.
- Selecionar o ciclo de corte e área basal residual:
  - **Exemplo#3.** O valor da floresta para povoamentos irregulares - Determinar o melhor ciclo de corte e area basal

- ❑ **Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular**

## Questões:

- A aproximação ao estado natural e a especificidade de ecossistemas mediterrânicos ou de montanha
- O caso da pequena propriedade
- Como gerir a unidade de gestão por forma a maximizar o seu valor (diversidade vs rendimento)?
- Qual a composição específica, existências, distribuição de diâmetros, rotação e período de transição?

## Definição do problema:

- Definição de modelos de crescimento e simulação de alternativas de gestão
- Simulação ou otimização da gestão em situações específicas

- Gestão de povoamentos regulares vs Povoamentos irregulares

---

- ... pode ser visto como a mesma coisa, praticada em escalas diferentes
- Uma paisagem composta por povoamentos com idades iguais pode ser considerada irregular à escala da paisagem:  

- À medida que as áreas se tornam mais pequenas, passamos de clareiras de corte raso (povoamento regulares) a selecção de grupos (**irregulares**) a selecção de árvores individuais (**irregular**).



## ☐ Gestão de povoamentos irregulares – Vantagens

- Imita padrões de perturbação de pequenas manchas, típicas de florestas naturais de sucessão tardia
- Estrutura vertical e horizontal diversificada
  - ✓ Árvores pequenas, médias e grandes fornecem copas de várias camadas (**estrutura vertical**)
  - ✓ Pequenas manchas de árvores de diferentes idades proporcionam **diversidade horizontal** - Ideal quando a mistura de espécies desejada inclui espécies de árvores tolerantes à sombra
- Algumas pessoas ficam ofendidas com um corte raso na totalidade da área
  - ✓ Com uma gestão irregular, apesar da posição nunca ser clara (social ou esteticamente benéfica)

## ☐ Gestão de povoamentos irregulares – Vantagens



- Fornecer cobertura contínua no povoamento, reduzindo problemas com erosão e escoamento excessivo após chuvas fortes
- Mais compatível com as restrições financeiras de muitos proprietários
  - ✓ fluxo de caixa mais frequentes
  - ✓ requisitos de investimento relativamente baixos
- Em teoria, poderia proporcionar mais crescimento do que a gestão de povoamentos regulares
  - ✓ Na prática, no entanto, as densidades necessárias para manter a regeneração adequada são relativamente baixas, de modo que as taxas de crescimento são tipicamente mais baixas com uma gestão irregular do que com gestão de povoamentos regulares

## ❑ Gestão de povoamentos irregulares – Desvantagens



- Geralmente não funciona bem quando são desejadas espécies intolerantes à sombra
- Algumas espécies de animais selvagens preferem ou requerem habitat fornecido por povoamento de idade regular
- Uma gestão irregular é complexa e mais difícil de implementar
  - ✓ Informações mais detalhadas sobre o povoamento são necessárias
  - ✓ Modelos de crescimento e rendimento são menos prováveis de estar disponíveis

## ❑ Gestão de povoamentos irregulares – Desvantagens



Os cortes frequentes e mais “leves” necessários para gerir povoamentos irregulares criam alguns problemas:

- Como menos volume é removido por unidade de área, a média de distâncias de madeira transportada distâncias e custos de exploração será maior
- São necessários mais aceiros /estradas no interior do povoamento
- Mais área deve ser perturbada para obter uma determinada quantidade de madeira
- É difícil evitar alguns danos ao povoamento residual
- Entradas mais frequentes no povoamento aumentam o potencial de degradação do local durante o corte , como compactação e sulcos

## Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

---

### □ Parâmetros chave na decisão de povoamentos irregulares

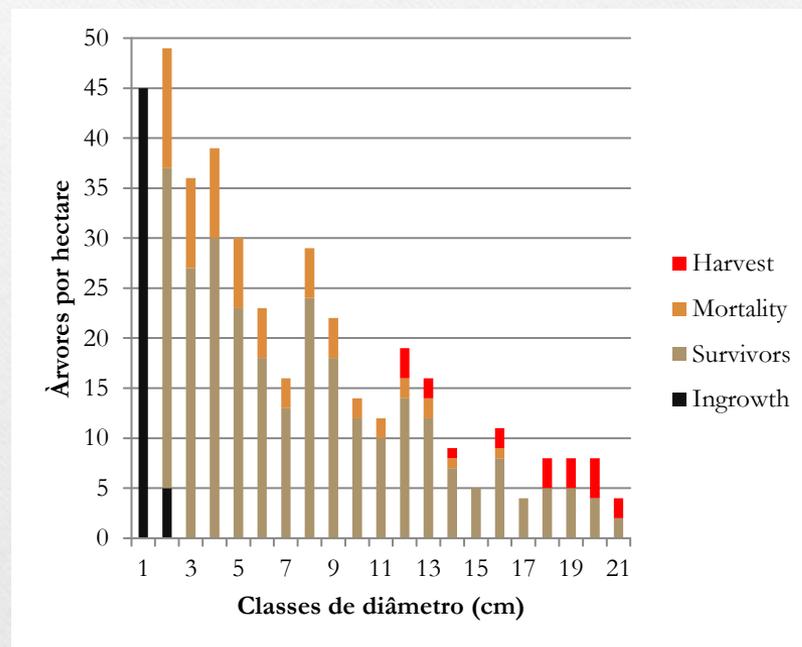
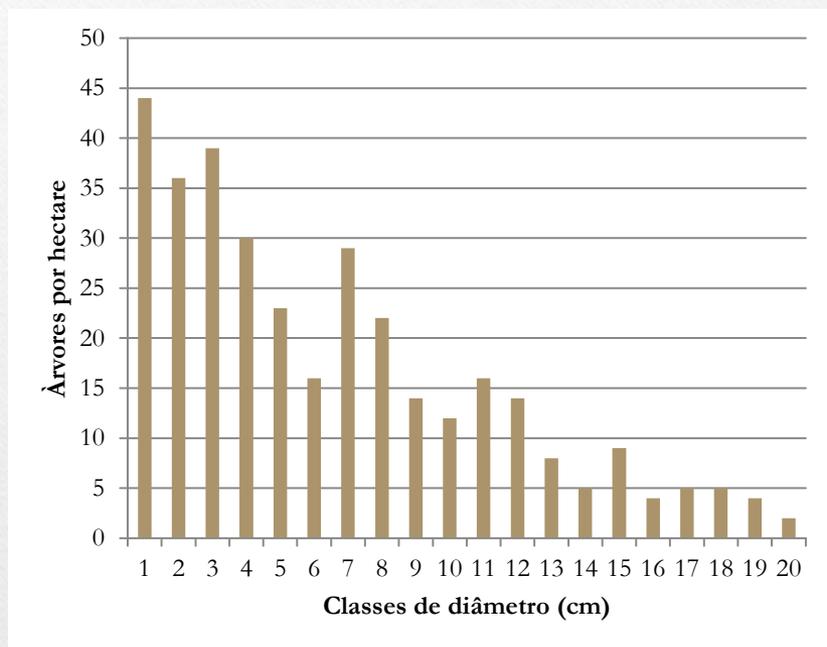
Os três parâmetros básicos de decisão na gestão de povoamentos irregulares que iremos considerar são:

- *i) A distribuição da classe de diâmetro – alvo*
- *ii) O ciclo de corte*
- *iii) As decisões individuais de corte de árvores*

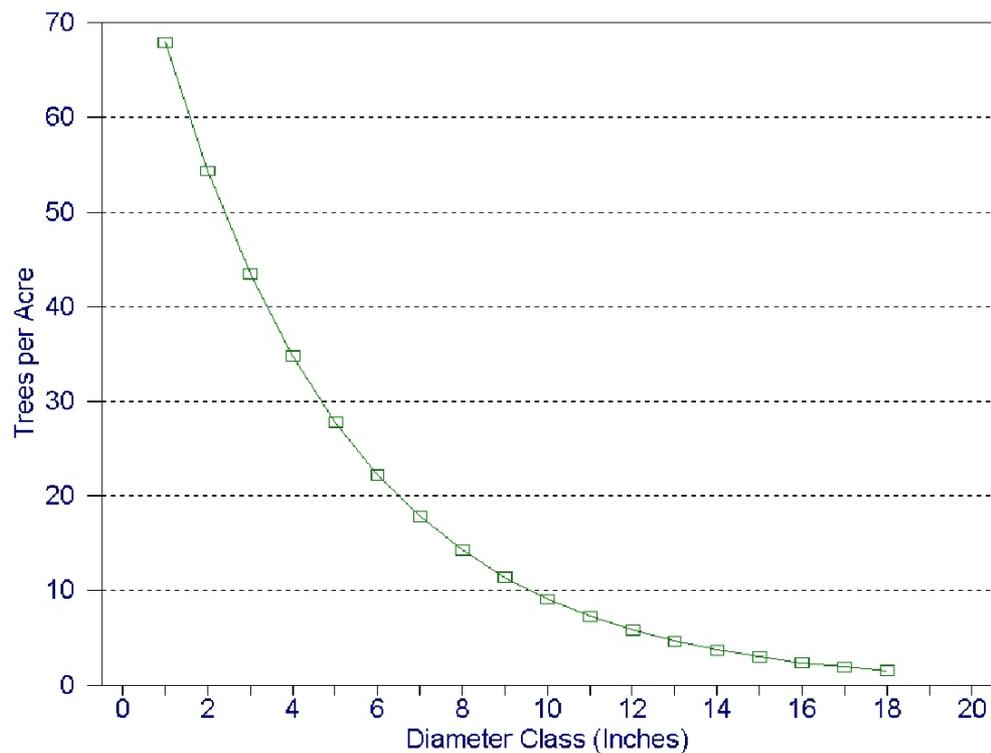
*\* (Também se pode considerar o tamanho do patch (mancha) como um parâmetro de decisão)*

## ☐ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

- Distribuição de classe de diâmetro - transição

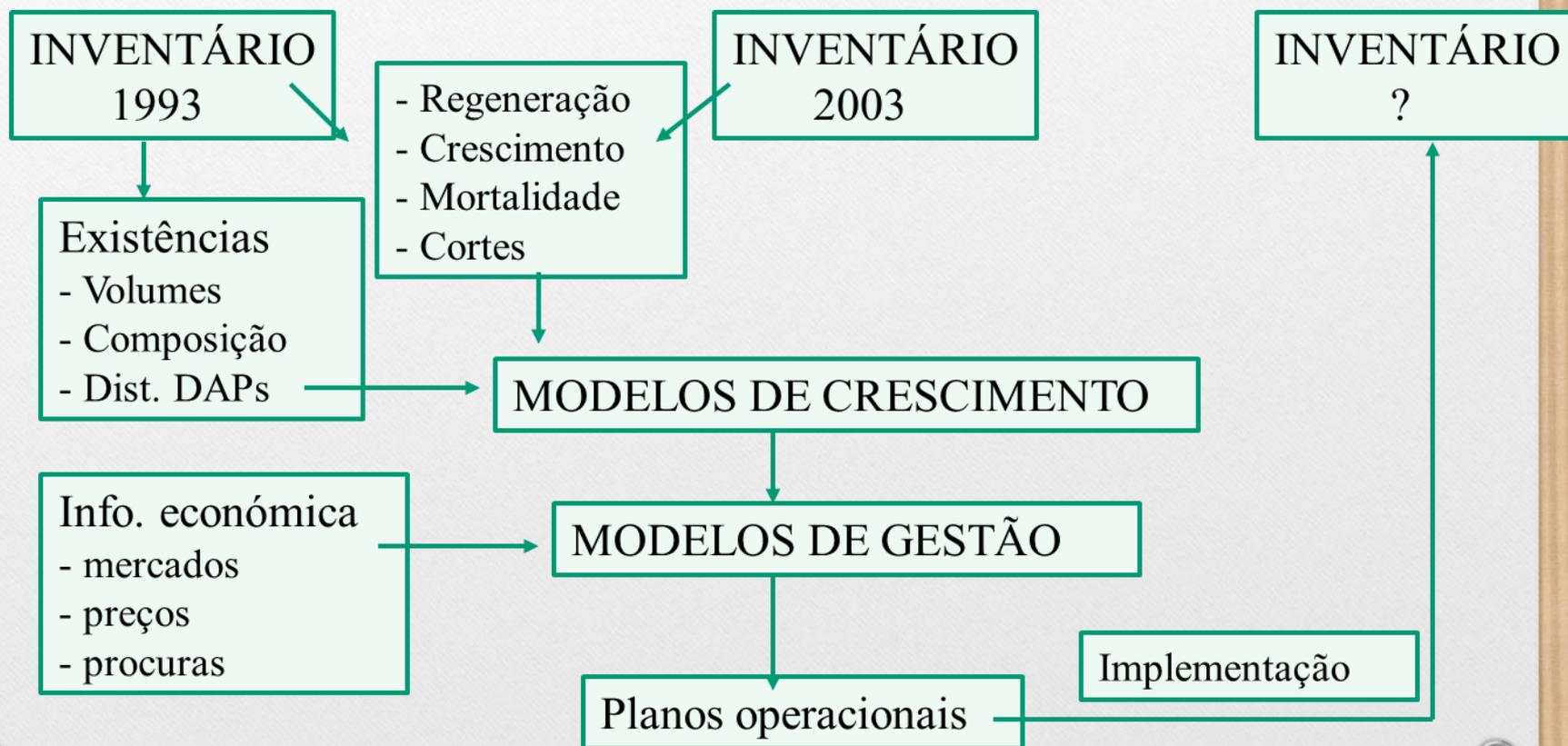


- **Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular**
- Uma Distribuição “ideal” para um povoamento irregular



# Análise de Decisão estrutura irregular

- ☐ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular



## | O Fator – Q



- Uma suposição “simplificadora” amplamente usada na gestão irregular é que o rácio entre o número de árvores em qualquer classe de diâmetro e o número de árvores na próxima classe de diâmetro deve ser constante
- Essa proporção é chamada de “*fator - Q*”, em que *Q* significa “quociente”
- Se  $n(d)$  é o número de árvores na classe de diâmetro  $d$ , então o *fator Q* pode ser expresso da seguinte forma:

$$Q = \frac{n(d)}{n(d+1)}$$

## | A distribuição da classe de diâmetro exponencial negativo

---

- ❑ A **função exponencial negativa** é útil para modelar distribuições de classes de diâmetro com diferentes idades, pois possui a propriedade de que o fator  $Q$  é constante para todas as classes de diâmetro
- ❑ Uma função de distribuição de classe de **diâmetro exponencial negativo** pode ser escrita da seguinte forma:

$$n(d) = ke^{-ad}$$

- ❑ onde  $k$  e  $a$  são parâmetros e  $e$  é a base do logaritmo

## Propriedades da função exponencial negativa

- Prova de que a função exponencial negativa tem um fator  $Q$  constante:
- Primeiro, vamos aplicar a função exponencial na definição de  $Q$ :

$$Q = \frac{n(d)}{n(d+1)} = \frac{ke^{-ad}}{ke^{-a(d+1)}}$$

- Agora vamos pensar que  $e^{a+b} = e^a e^b$

$$Q = \frac{n(d)}{n(d+1)} = \frac{ke^{-ad}}{ke^{-a(d+1)}} = \frac{e^{-ad}}{e^{-a(d)} e^{-a(1)}} = \frac{1}{e^{-a}} = e^a$$

- Como o fator  $Q$  determina a inclinação da função exponencial negativa e o parâmetro  $a$  está diretamente relacionado a  $Q$ ,  $a$  é como a inclinação da função.

## | Propriedades da função exponencial negativa

- ❑ Acabamos de ver que  $a$  é como a inclinação (declive) da função exponencial negativa

$$Q = e^a \Leftrightarrow$$

$$a = \ln(Q)$$

- ❑ O parâmetro  $k$  é a intercetação da função exponencial negativa

$$n(0) = ke^{-a0} = ke^0 = k$$

Como interpretar  $K$  ? O  $K$  dá-nos o ponto onde a classe de distribuição de diâmetros intercepta o eixo do Y. O  $K$  é o valor da função para  $d = 0$  ( $dbh=0$ )

## | Propriedades da função exponencial negativa

*Demonstração i)* Determine o valor de **Factor-Q** a partir do valor do **parâmetro a**

Determine o valor do **Factor-Q** para a seguinte função de distribuição de diâmetros :

$$n(d) = 65e^{-0.1823d}$$

$$Q = e^{0.1823} = 1.20$$

## | Propriedades da função exponencial negativa

*Demonstração ii)* Determine o *valor de a* a partir do *Factor-Q*

Que valor do *parâmetro a* nos dá uma função de distribuição de diâmetros exponencial negativa com um *Factor-Q* de 1.3 ?

$$a = \ln (Q) = \ln (1.3) = 0.26236$$

## |Selecionar um classe de distribuição de diâmetro alvo

---

- ❑ A especificação de uma distribuição de classe de diâmetro alvo com a **função exponencial negativa** requer que se especifiquem os valores de três parâmetros:  **$a$** ,  **$k$** ,  $d_{max}$  (o diâmetro máximo)
- Como se pode decidir que valores desses três parâmetros são melhores para determinado povoamento?

## □ Seleccionar $k$ , $Q$ e $d_{max}$

---

- 1) Primeiro identifique o diâmetro máximo,  $d_{max}$ ;
- 2) Em seguida, selecione um *fator*  $Q$  - que implica um valor específico para o *parâmetro*  $a$ ;
- 3) Finalmente, o *valor*  $k$  deve ser seleccionado para garantir que a densidade do povoamento seja consistente com a obtenção de um nível apropriado de regeneração.

## 1. Identificar o diâmetro máximo

Selecionar o diâmetro máximo é essencialmente o mesmo que escolher uma idade de rotação

### ➤ Maturidade financeira (William Duerr)

- A ideia de que a taxa na qual o valor de uma árvore aumenta deve ser pelo menos igual à taxa de retorno alternativa (ARR ou TIR\*) é chamada de princípio da maturidade financeira
- Determine a taxa de retorno alternativa (ou seja, o ARR / TIR)
- Calcular o valor atual do preço da árvore
- Estimar o valor do preço da árvore no próximo momento em que a árvore poder ser cortada
- Comparar a taxa de aumento do valor no intervalo entre esse corte e o próximo corte possível com a ARR

➤ A árvore está financeiramente madura quando a taxa projetada de aumento de valor é menor que a taxa de retorno alternativa

[\* slides adicionais sobre a TIR no final ]

## 1. Primeiro identifique o diâmetro máximo

**Exemplo#1.** Considere uma árvore cujo o preço agora ( $SV_0$ ) seja 80€. Estimamos que o valor do preço da árvore após 8 anos ( $SV_8$ ) seja de 110€. Se o ARR é de 4%, a árvore está financeiramente madura?

$$r_{sv} = \left( \sqrt[n]{\frac{SV_n}{SV_0}} \right) - 1 = \left( \sqrt[8]{\frac{110}{80}} \right) - 1$$
$$= 0.04061 = 4.061\% > 4\%$$

- **Conclusão:** como a taxa anual de aumento de valor (4,06%) é superior à taxa de retorno alternativa (4%), a árvore ainda não está financeiramente “madura”, portanto devemos mantê-la.

## 2. Selecionar um *Fator Q*

- O *fator Q* determina a inclinação da distribuição da classe de diâmetro
- Quais são as implicações de escolher valores diferentes de  $Q$  (quando os outros parâmetros são mantidos constantes)?
- À *medida que o fator Q diminui*, o número de árvores pequenas diminui e o número de árvores grandes aumenta
- À *medida que o fator Q aumenta*, o número de árvores pequenas aumenta e o número de árvores grandes diminui

➤ Portanto, economicamente, o melhor valor de  $Q$  é o menor (o mais próximo possível de 1)

- As restrições silviculturais poderão limitar o valor mais baixo do *fator Q*

## 3. Selecionar o parâmetro $K$

---

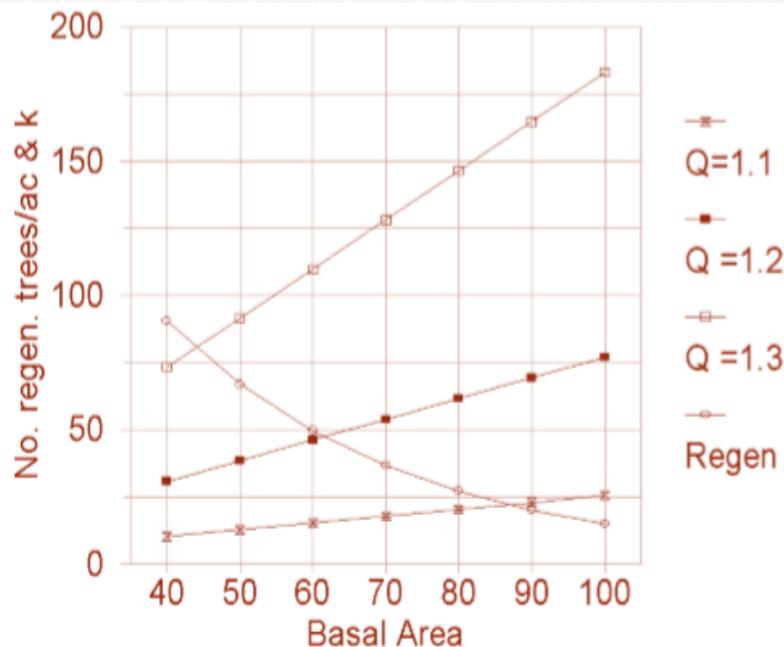
- O **parâmetro  $k$**  é como a intercetação da distribuição da classe de diâmetro
- Aumentar  $k$  enquanto mantém todo o resto constante  aumenta o número de árvores em todas as classes de diâmetro
- Portanto, para determinados valores de **factor  $Q$**  e  $d_{max}$ , o aumento de  $k$  aumenta a área basal do povoamento

## 3. Selecionar o parâmetro $K$

- A quantidade ou taxa de regeneração deve ser suficiente para sustentar a distribuição da classe de diâmetro alvo
  - Suponha que a quantidade / taxa de regeneração seja uma função da área basal do povoamento
- Esse relacionamento é positivo ou negativo?
  - Como é que a área basal do povoamento varia com diferentes valores de  $k$  (mantendo  $d_{max}$  e  $Q$  constante)?
    - Aumentar  $k$  aumenta a área basal
  - Haverá apenas uma pequena faixa de valores possíveis de  $k$  para cada valor de  $Q$  para o qual a regeneração será sustentável;
    - $k$  é selecionado para fornecer uma área basal específica que resultará na quantidade / taxa desejada de regeneração de forma a manter a classe de distribuição de diâmetros

# Análise de Decisão estrutura irregular

Exemplo#2.a) *Valores de  $k$*  correspondentes a diferentes áreas basais, diferentes *fatores  $Q$*  e níveis de regeneração por área basal do povoamento

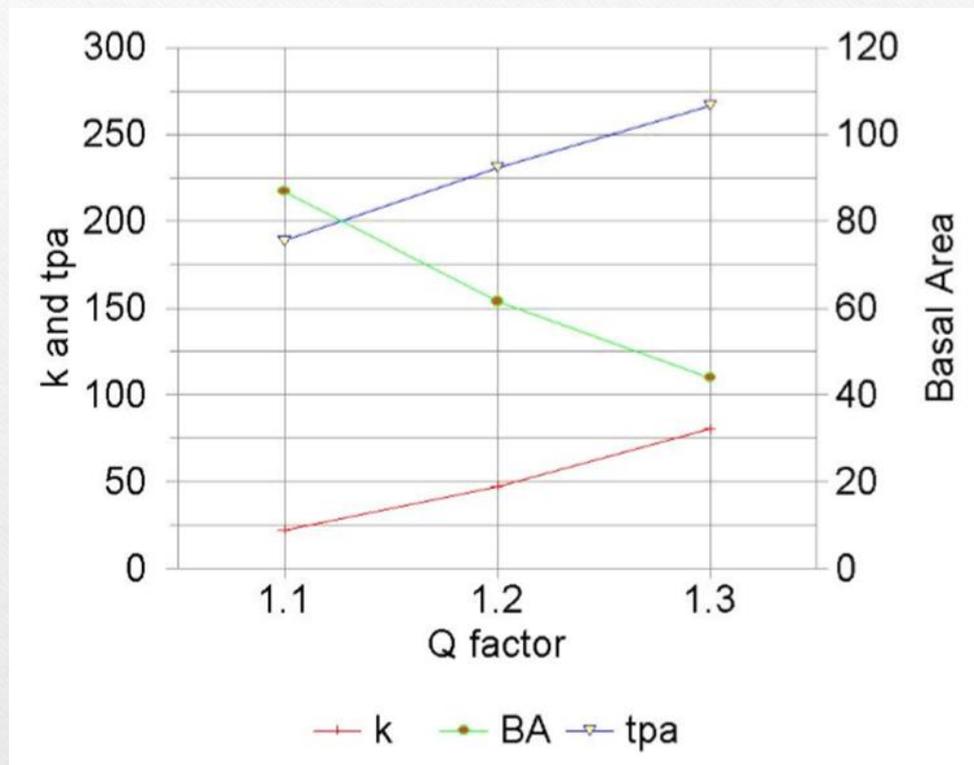


- com um *fator  $Q$*  de 1.2 e  $k$  definido como 48, a área basal (AB) do povoamento será de 62  $m^2/ha$ . Nesta área basal, a regeneração é aproximadamente igual a 48 árvores por hectare - apenas a quantidade necessária para um valor de  $k$  de 48 árvores/ha;
- Se  $k$  fosse definido como 39, a AB do povoamento seria de apenas 50  $m^2/ha$ , e a regeneração seria excessiva, em 67 árvores/ha;
- Por outro lado, se  $k$  estivesse definido como 54, a BA seria de 70  $m^2/ha$  e a regeneração seria inadequada a 37 árvores /ha

Em suma: existe apenas uma pequena faixa de valores possíveis de  $k$  para cada *valor de  $Q$*  para o qual a regeneração será sustentável.

# Análise de Decisão estrutura irregular

Exemplo#2.b) *Valores de k* correspondentes a diferentes áreas basais, diferentes *fatores Q* e níveis de regeneração por área basal do povoamento



- à medida que o *fator Q aumenta*, a *área basal diminui* e o número de *árvores aumenta*.

## ☐ Seleção de árvores individuais ?

---

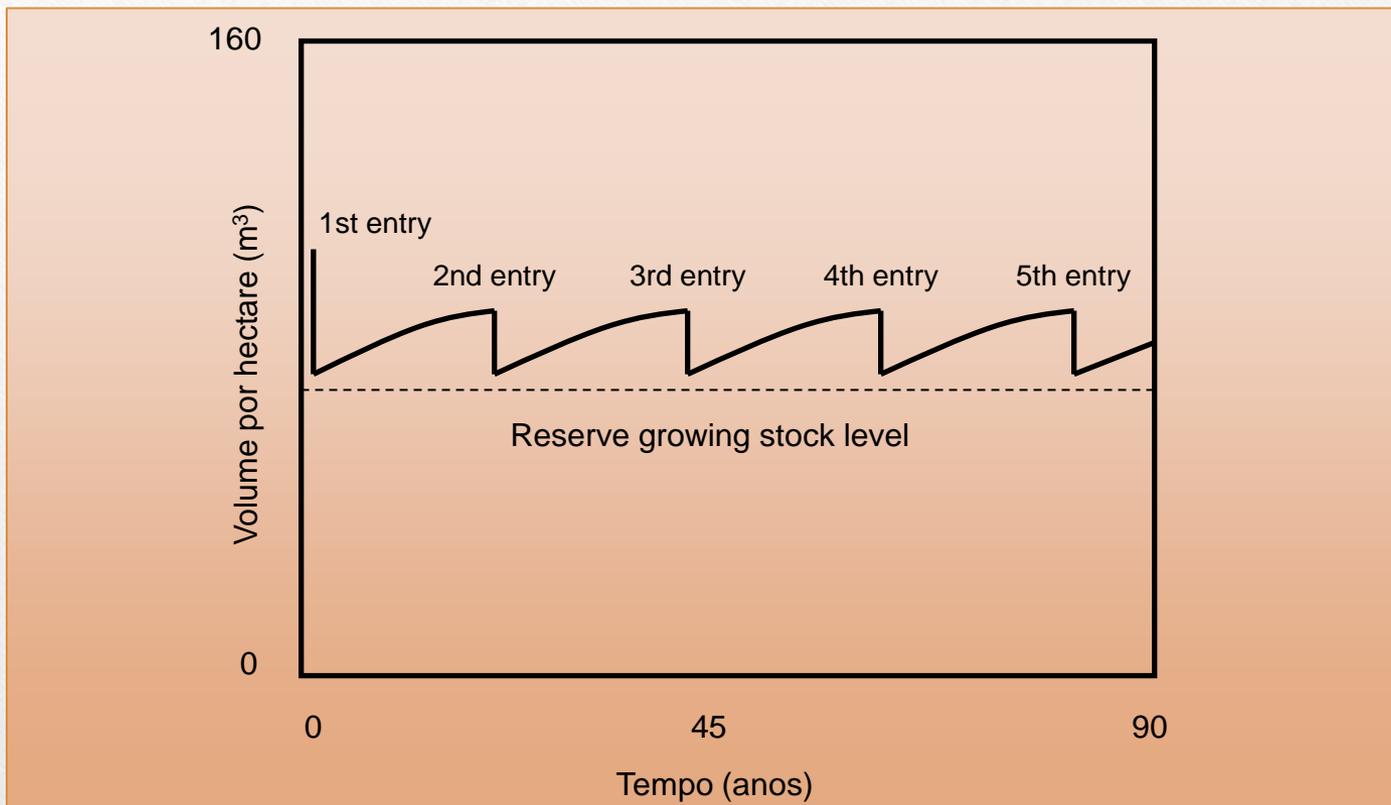
- **Mantenha as árvores com maior potencial para aumentar :**
  - ✓ espécies desejáveis,
  - ✓ árvores com copas saudáveis e sem defeitos
  
- **Selecione para corte:**
  - ✓ espécies indesejáveis,
  - ✓ árvores com doenças ou danos causados por insetos,
  - ✓ árvores que nunca serão madeira de alta qualidade
  - ✓ árvores com defeitos, cicatrizes de incêndio, etc.
  
- **considerações de espaçamento:**
  - ✓ quando duas árvores saudáveis e vigorosas competem claramente, uma deve ser retirada
  
  - ✓ criando "patches de regeneração"

## □ Selecionar $k$ , $Q$ e $d_{max}$

---

- Selecionar o diâmetro máximo é essencialmente o mesmo que escolher uma idade de rotação;
- O *fator*  $Q$  é determinado em grande parte por restrições silviculturais;
- Haverá apenas uma pequena faixa de valores possíveis de  $k$  para cada *valor de*  $Q$  para o qual a regeneração será sustentável;
- $k$  é selecionado para fornecer uma área basal específica que resultará na quantidade / taxa desejada de regeneração

## Selecção do ciclo de corte e da area basal residual



## ☐ Seleção do ciclo de corte e da area basal residual

Para calcular a área basal residual ideal e o ciclo de corte, calcule a versão de povoamentos irregulares do valor da floresta para uma variedade de áreas basais e ciclos de corte

$$ForVal = NetRev_I + \frac{NetRev_{cc}}{(1+r)^t - 1} + \frac{A}{r}$$

- $NetRev_I$  = receita líquida do corte inicial,
- $NetRev_{cc}$  = receita líquida do corte no final de cada ciclo de corte,
- $A$  = receita líquida anual (negativa para custos),
- $t$  = o ciclo de corte,
- $r$  = taxa de juros real

## □ Valor da Floresta povoamentos irregulares

**Exemplo#3.** Um proprietário na Associação Florestal onde é técnico possui um povoamento de 200 hectares de idade irregular e precisa **determinar o melhor ciclo de corte** e **a área basal residual** do povoamento.

Neste momento, está a considerar três níveis residuais de área basal:

- ✓ 50, 60 e 70 m<sup>2</sup> e três ciclos de corte: 5, 10 e 15 anos
- ✓ O volume de cortes futuros, no entanto, dependerá do ciclo de corte e da área basal residual após cada corte, conforme mostrado na tabela.
- ✓ O preço para todos os cortes é de 220€ / m<sup>3</sup>.
- ✓ Existem custos fixos para a preparação da venda, permissão e movimentação de equipamentos de corte para o local, totalizando 2.000€ (para todo o povoamento) cada vez que uma corte é realizado.
- ✓ Usando uma taxa real de 4%, **calcule o Valor da floresta (por ha) para cada ciclo de corte e combinação de área basal residual**. Suponha que os impostos sobre a propriedade sejam de 5€/ha/ano.

## ☐ Valor da Floresta povoamentos irregulares

- **Exemplo#2.** Determinar o melhor ciclo de corte e a área basal residual de um povoamento irregular

Area basal Residual	Volume cortado inicial (m <sup>3</sup> por hectare)	Volume cortado Futuro (m <sup>3</sup> por hectare)		
		5-anos ciclo	10- anos ciclo	15-anos ciclo
50	1.98	0.88	2.42	3.00
60	1.76	1.10	2.53	3.10
70	1.21	1.30	2.64	3.63

## □ Valor da Floresta povoamentos irregulares

### ▪ Exemplo#2. Resolução

$$NetRev_l = 220\text{€/m}^3 \times 1.98 \text{ m}^3/\text{ha} - 10\text{€/ha} = 425.60\text{€/ha}$$

$$NetRev_{cc} = 220\text{€/m}^3 \times 0.88 \text{ m}^3/\text{ha} - 10\text{€/ha} = 183.60 \text{ €/ha}$$

- No passo seguinte, associar esses valores à equação de valor da floresta de gestão de povoamentos irregulares:

$$\begin{aligned} ForVal_{BA=50,cc=5} &= \$425.60 + \frac{\$183.60}{(1.04)^5 - 1} - \frac{5}{0.04} \\ &= \$1,148.04 \end{aligned}$$

## ☐ Valor da Floresta povoamentos irregulares

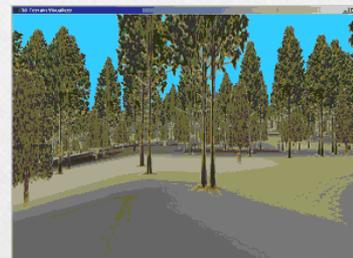
- Determinar o melhor ciclo de corte e a área basal residual de um povoamento irregular

Area basal Residual	Valor da Floresta (por ha)		
	5-anos ciclo	10- anos ciclo	15-anos ciclo
50	1,148.00€	1,388.40€	1,112.10€
60	1,323.00€	1,390.40€	1,091.20€
70	1,405.10€	1,319.80€	1,115.80€

## ☐ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

### Solução do problema:

- Análise financeira
- Programação linear
- Simulação
- Outros



- As decisões de gestão ao nível da unidade de gestão são elementos importantes na gestão florestal e no caso dos povoamentos com composição mista e/ou estrutura irregular, podem contribuir para a diversidade à respectiva escala espacial e oferecer benefícios ambientais críticos (e.g. protecção contra erosão, qualificação de habitat)

## ☐ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

- Forma geral de um modelo de crescimento para povoamento com estrutura irregular e composição mista:

$$Y_{t+1} = G(Y_t) + I_t$$

com

$Y_t$  - vector em que cada valor na coluna corresponde ao no. de árvores/ha de uma espécie e dimensão específicas no momento  $t$

$G$  - uma matriz cujos elementos representam a probabilidade de que uma árvore de uma espécie e de um dimensão específicas no momento  $t$  esteja viva e com a mesma dimensão no momento  $t+1$  ou que esteja viva mas numa classe de dimensão superior.

$I_t$  - mede a regeneração, o número de árvores de uma espécie que entra na classe de dimensão mais pequena entre  $t$  e  $t+1$ . Referido ao ha

## ☐ Análise de decisão em povoamentos florestais com composição mista e/ou estrutura irregular

### Exemplo#3. Modelo com três classes de diâmetro

$$y_{1,t+1} = a_1 y_{1,t} + I_t$$

$$y_{2,t+1} = b_1 y_{1,t} + a_2 y_{2,t}$$

$$y_{3,t+1} = b_2 y_{2,t} + a_3 y_{3,t}$$

com

$a_i$  - fracção de árvores vivas na classe  $i$  em  $t$ , que permanecem vivas e na mesma classe em  $t+1$

$b_i$  - fracção de árvores vivas na classe  $i$  em  $t$ , que permanecem vivas mas estão na classe  $i+1$  em  $t+1$

$1 - a_i - b_i$  - fracção de árvores vivas na classe  $i$  em  $t$  que estão mortas em  $t+1$

## □ Simulação de alternativas de gestão

---

$$Y_{t+1} = G(Y_t - H_t) + I_t$$

com

$H_t$  - vector com no. de árvores removidas de cada espécie e classe de dimensão por unidade de área, no momento  $t$

$I_t$  - como antes; tenderá a crescer com o no. de árvores removidas

- Regras de corte (e.g. fração de árvores vivas em cada espécie e classe de dap, povoamento residual ideal, diâmetro limite,...)

## □ Aplicação. Simulação de alternativas de gestão

Regra de corte	VA	Diversidade (espécies)	Diversidade (dimensões)
1. Apenas árvores mortas	-281	95	103
2. Tradicional	2679	96	102
3. Limite 1 de dap	2144	96	103
4. Limite 2 de dap (inferior a 1)	5763	97	96
5. Preservação de uma espécie	2290	94	103

- VA em 10 anos
- Rotação de 10 anos
- Diversidade - média de índices de Shannon medidos de 5 em 5 anos

## □ Outros modelos de gestão ...

$Max D(Y_t)$  - Indicador de diversidade no povoamento (e.g. Shannon index)

$Y_{t+1} = G(Y_t - H_t) + I_t$  - Modelo de crescimento considerando os cortes

$Y_{t+1} = Y_t$  - Condição de estabilidade (crescimento = produção ou corte)

$Max VA = vH_t(1+i)^T / [(1+i)^T - 1] - vY_t$  - T: rotação; v: vector de preços

$Y_{t+1} = G(Y_t - H_t) + I_t$  - Modelo de crescimento considerando os cortes

$Y_{t+1} = Y_t$  - Condição de estabilidade (crescimento = produção ou corte)

- Se modelos forem lineares poderá utilizar-se a Programação linear e o método Simplex como método de solução; caso contrário haverá que recorrer a programação não linear
- Em geral, será mais interessante definir modelo para procurar uma solução de compromisso entre diversidade e Volumes e fazer análise de custos de oportunidade

## Material e exercícios preparados com base na bibliografia:

---

- Bettinger, P, K Boston, J. Siry, and D. Grebner (2009). Forest management and planning. San Diego, CA.
- Borges, J. G., L. Diaz-Balteiro, M. E. McDill, and L. C. Rodriguez (2014). The Management of Industrial Forest Plantations. Ed. by J. G. Borges, L. Diaz-Balteiro, M. E. McDill, and L. C. Rodriguez. Vol. 33. Managing Forest Ecosystems. Dordrecht: Springer, p. 543.
- Buongiorno, J. and J. K. Gilless (2003). Decision methods for forest resource management. Academic Press, p. 439.
- Clutter, J., J. Fortson, L. Pienaar, G. Brister, and R. Bailey (1983). Timber management: a quantitative approach. Colorado: Wiley & Sons, p. 333.
- Davis, L. S., K. N. Johnson, P. S. Bettinger, and T. E. Howard (2001). Forest management. New York: McGraw-Hill, p. 804.

## Taxa de Retorno Alternativa (ARR ou TIR)

Evaluated projects that have a series of cost and revenues

- Defined as the interest rate that equalizes the present value of the **revenues (R)** and the **costs (C)**. It is the value of  $i$  that causes the following equation to be true :

$$IRR = \sum_{t=0}^n R_t \frac{1.0}{(1.0+i)^t} = \sum_{t=0}^n C_t \frac{1.0}{(1.0+i)^t} = NPV = 0 \quad \text{eq. II}$$

$R_t$  = revenues or positive cash flows in year  $t$

$C_t$  = Costs or negative cash flows in year  $t$

$i$  = interest rate when eq. is true and is the IRR

$t$  = the year in which the cash flow occurs

- ❖ The ARR is the discount rate when the **present value (PV) of the costs** is equal to the **PV of the revenues**, or when **NPV (VAL)= 0**

### |Taxa de Retorno Alternativa (ARR ou TIR)

---

- A **TIR** é definida como a taxa de desconto necessária para chegar a um VAL igual a zero, ou seja : a taxa de desconto que faz com que o Valor Presente Líquido (VPL) de um projeto seja igual a zero.
- É o reflexo da eficiência de um investimento. **Maior TIR**, mais atraente o investimento.
- É a taxa de crescimento de um investimento que podemos comparar com a taxa de retorno de investimentos alternativos, como mercados monetários, contas de poupança ou certificados de depósitos.

### Taxa de Retorno Alternativa (ARR ou TIR)

- A fórmula utilizada para calcular a **TIR** baseia-se na mesma fórmula usada para calcular o **VAL (NPV)**. Para calcular a TIR, iguala-se o **VAL** a zero, e assim obtém-se:

$$0 = \text{VAL} = \sum_{t=0}^T \frac{FC_t}{(1 + TIR)^t}$$

- $FC_0$  = investimento inicial, sendo portanto inserido como negativo
- $FC_1, FC_2 \dots FC_t$  = fluxos de caixa
- $t$  = cada período;  $T$  = período total

## | INTERNAL RATE OF RETURN (IRR) – Application #2

Item	year	Before-tax cash flow	Present value ( $V_0$ )		
			5%	6%	7%
Purchase land	0	-150€	-150€	-150€	-150€
Site preparation and planting	1	-75€	-71.43€	-70.75€	-70.09€
Annual management costs and property taxes	1-25	-2€	-28.19€	-25.57€	23.31€
Harvest 50m <sup>3</sup> - 15€/m <sup>3</sup>	25	750	221.48€	174.75€	138.19€
Sell land	25	150	44.30€	34.95€	27.64€
<b>Total</b>		<b>625€</b>	<b>16.16€</b>	<b>-36.62€</b>	<b>-77.57€</b>

**NPV = 16.16 € /ha @ 5% and -36.62€ /ha @ 6%**

## | INTERNAL RATE OF RETURN (IRR)

— Evaluated projects that have a series of cost and revenues —

- In practices **IRR** is calculated by an interactive process: first calculate **NPV** for an interest rate that is estimated to be close to the IRR. The NPV is then calculated for the next highest interest rate ( if **NPV > 0**) or the next lowest (if **NPV < 0**).
- The **IRR** is obtained by interpolating between the positive and negative **interest NPV**.



### IRR - Application exercise

$$\text{IRR} = 5\% + \frac{16.16}{(16.16+36.62)} = 5\% + 0.306 = 5.31\% \quad (\text{eq. II})$$

## Usual Methods used to evaluate profitability : IRR

□ In short :

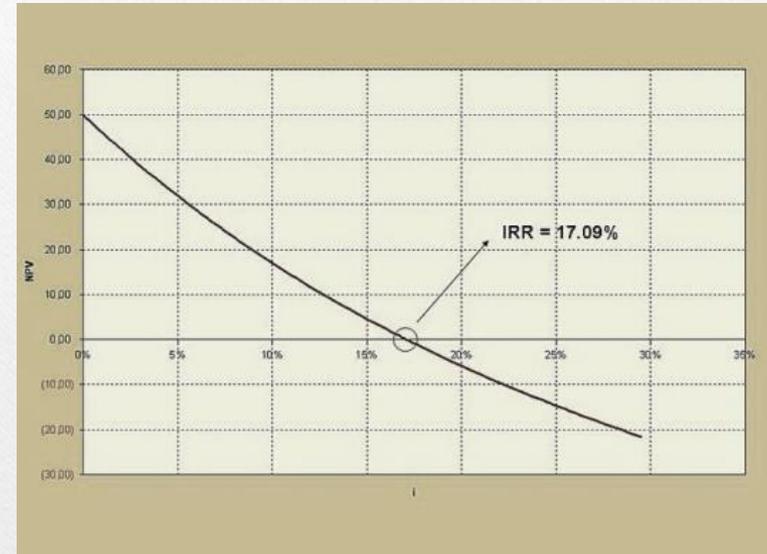
❖ if  $IRR > i$

- the investment is viable from a financial point of view

❖ if the  $NPV < i$

- the investment is not viable from a financial point of view

- ✓ A project with an **IRR smaller** than your minimum acceptable rate of return is less profitable than one with an **IRR greater** than your acceptable rate of return!



An investment is viable if, and only if, the IRR is higher than the interest rate  $i$  (financial resource in capital market)

## Atendimento

Envie um email para [bbotequim@isa.ulisboa.pt](mailto:bbotequim@isa.ulisboa.pt) com sugestões de horários/dias

---

O meu gabinete fica no **Forchange 0.12** , DRAT (CEF).