Matemática l - 2021/22

Aula 26 Nov

Isabel Martins

Sinopse

1. Propriedades das operações com matrizes

2. Não-propriedades do produto de matrizes

Propriedades das operações com matrizes

Sejam

A, B, C matrizes do tipo adequado

I a matriz identidade da ordem adequada

$\mathbf{0}$ a matriz nula de ordem adequada

$\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Transposição

- $(A^T)^T =$

Transposição

- $(A^T)^T = A$

Produto escalar

- $\lambda A = A\lambda$
- $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$
- $(\lambda A)^T =$

Produto escalar

- $\lambda A = A\lambda$
- $(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A)$
- $(\lambda A)^T = \lambda A^T$

Soma de matrizes

- $A + B =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $A_{m \times n} + (-1)A_{m \times n} =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m\times n} + \mathbf{0}_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $A_{m\times n} + (-1)A_{m\times n} = \mathbf{0}_{m\times n}$
- $(A + B)^T =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m\times n} + \mathbf{0}_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $A_{m\times n} + (-1)A_{m\times n} = \mathbf{0}_{m\times n}$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $\lambda(A + B) =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $A_{m \times n} + (-1)A_{m \times n} = \mathbf{0}_{m \times n}$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$
- $(\lambda + \mu)A =$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m\times n} + \mathbf{0}_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $A_{m\times n} + (-1)A_{m\times n} = \mathbf{0}_{m\times n}$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m \times n} + \mathbf{0}_{m \times n} = A_{m \times n}$
- $A_{m \times n} + (-1)A_{m \times n} = \mathbf{0}_{m \times n}$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$
- Sendo $A_{n \times n}$, $A + A^T$ é simétrica

Soma de matrizes

- $A + B = B + A$
- $A + (B + C) = (A + B) + C$
- $A_{m\times n} + \mathbf{0}_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $A_{m\times n} + (-1)A_{m\times n} = \mathbf{0}_{m\times n}$
- $(A + B)^T = A^T + B^T$
- $\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B$
- $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$
- Sendo $A_{n\times n}$, $A + A^T$ é simétrica $\quad [A + A^T = (A + A^T)^T]$

Produto de matrizes

- $A_{m \times n} I_n =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_mA_{m\times n} =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_mA_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_m A_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B+C) =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_m A_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B+C) = AB + AC$
- $(B+C)A =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_mA_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B+C) = AB+AC$
- $(B+C)A = BA+CA$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_mA_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$
- $A(\lambda B) = (\lambda A)B = \lambda(AB)$
- $(AB)^T =$

Produto de matrizes

- $A_{m\times n}I_n = A_{m\times n}$ e $I_mA_{m\times n} = A_{m\times n}$
- $(AB)C = A(BC)$
- $A(B + C) = AB + AC$
- $(B + C)A = BA + CA$
- $A(\lambda B) = (\lambda A)B = \lambda(AB)$
- $(AB)^T = B^TA^T$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

  Ex:

  $$A_{2\times 3} \text{ e } B_{3\times 4} \longrightarrow (AB)_{2\times 4} \text{ mas } B \text{ e } A \text{ não são encadeadas}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

  Ex:

  $A_{2\times3}$ e $B_{3\times4} \longrightarrow (AB)_{2\times4}$ mas B e A não são encadeadas

  $A_{2\times3}$ e $B_{3\times2} \longrightarrow (AB)_{2\times2}$ e $(BA)_{3\times3}$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB \neq BA$

  Ex:

  $A_{2\times 3}$ e $B_{3\times 4} \longrightarrow (AB)_{2\times 4}$ mas B e A não são encadeadas

  $A_{2\times 3}$ e $B_{3\times 2} \longrightarrow (AB)_{2\times 2}$ e $(BA)_{3\times 3}$

  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow$

  $$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad BA = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Qd $AB = BA$, A e B dizem-se *permutáveis* (só as matrizes quadradas podem ser permutáveis)

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \qquad \not\Rightarrow \qquad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \;\text{ e }\; A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \qquad \not\Rightarrow \qquad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \qquad \not\Rightarrow \qquad B = C$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$
  mas $AB = AC$ e $A \neq \mathbf{0}$ com $B \neq C$

Não-propriedades do produto de matrizes

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A+B)^2$
    1. $(B+A)^2$
    2. $A^2+2AB+B^2$
    3. $A(A+B)+B(A+B)$
    4. $(A+B)(B+A)$
    5. $A^2+AB+BA+B^2$

Não-propriedades do produto de matrizes

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A+B)^2$

  1. $(B+A)^2$
  2. $A^2+2AB+B^2$
  3. $A(A+B)+B(A+B)$
  4. $(A+B)(B+A)$
  5. $A^2+AB+BA+B^2$

  A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

Não-propriedades do produto de matrizes

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A+B)^2$
  1. $(B+A)^2$
  2. $A^2+2AB+B^2$
  3. $A(A+B)+B(A+B)$
  4. $(A+B)(B+A)$
  5. $A^2+AB+BA+B^2$

  A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

- Comente as seguintes afirmações
  1. $(AB)^2 = A^2B^2$
  2. $(AB)^k = A^kB^k$, $k \geq 3$

Não-propriedades do produto de matrizes

Consequências

- Quais das seguintes matrizes são garantidamente iguais a $(A+B)^2$
  1. $(B+A)^2$
  2. $A^2+2AB+B^2$
  3. $A(A+B)+B(A+B)$
  4. $(A+B)(B+A)$
  5. $A^2+AB+BA+B^2$

  A única resposta errada é a 2. Está certa se A e B forem permutáveis.

- Comente as seguintes afirmações
  1. $(AB)^2 = A^2B^2$
  2. $(AB)^k = A^kB^k,\ k \geq 3$

  São falsas. São verdadeiras se A e B forem permutáveis.

:)

Onde está o Wally?