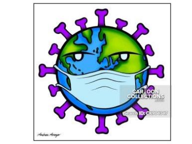
Matemátical - 2021/22

Aula 3 Dez

Isabel Martins



Sinopse

1 Operações algébricas com matrizes (continuação)

Fonte; Os Espacialistas

Operações algébricas com matrizes

Inversa de uma matriz quadrada

Uma matriz A de ordem n diz-se *invertível* (ou *não singular*) se existir uma matriz B de ordem n tal que

$$AB = BA = I_n$$

A matriz B quando existe é única, designa-se por inversa de A e denota-se por A^{-1}

Operações algébricas com matrizes
Inversa de uma matriz quadrada

Uma matriz A de ordem n diz-se *invertível* (ou *não singular*) se existir uma matriz B de ordem n tal que

$$AB = BA = I_n$$

A matriz B quando existe é única, designa-se por inversa de A e denota-se por A^{-1}

Uma matriz quadrada que não é invertível diz-se *singular*

Inversa de uma matriz quadrada

NOTA: Prova-se que, sendo A e B matrizes de ordem n,

se $AB = I$ então $BA = I$ (ou $BA = I \Rightarrow AB = I$) , isto é,

Inversa de uma matriz quadrada

NOTA: Prova-se que, sendo A e B matrizes de ordem n,

se $AB = I$ então $BA = I$ (ou $BA = I \Rightarrow AB = I$) , isto é,

basta uma das condições $AB = I$ ou $BA = I$ para verificar se A tem inversa

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 6x_2 & 2y_1 + 6y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 6x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 6y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$ Logo, $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{A^{-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_2 \\ 0x_2 = -2 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -2y_2 \\ 0y_2 = 1 \end{cases}$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}. \quad \exists B = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} \quad \text{tal que } AB = I_2?$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} x_1 + 2x_2 & y_1 + 2y_2 \\ 2x_1 + 4x_2 & 2y_1 + 4y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 & = 0 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 + 2y_2 & = 0 \\ 2y_1 + 4y_2 & = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 1 - 2x_2 \\ 0x_2 = -2 \end{cases} \wedge \begin{cases} y_1 = -2y_2 \\ 0y_2 = 1 \end{cases} \quad \text{Logo, } \nexists A^{-1}$$

Algoritmo da inversa

`Input:` *Matriz quadrada A*

`Objectivo:` *Decidir sobre a invertibilidade de A e calcular* A^{-1}

$$[\,A\,|\,I\,] \longrightarrow \cdots \longrightarrow \underset{(A' \text{ em escada})}{[\,A'\,|\,I'\,]} \xrightarrow{\text{(se } A \text{ invertível)}} \cdots \longrightarrow [\,I\,|\,A^{-1}\,]$$

Existem linhas nulas em A'	Não existem linhas nulas em A'
$\Downarrow$	$\Downarrow$
A é singular	A é invertível
STOP	

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A

   $(A^{-1})^{-1} = A$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A

   $(A^{-1})^{-1} = A$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$

   $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
   $(A^{-1})^{-1} = A$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
   $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
   $$(A^{-1})^{-1} = A$$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
   $$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
   $$(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$$

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A

   $(A^{-1})^{-1} = A$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$

   $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$

   $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$

4. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
$$(A^{-1})^{-1} = A$$
2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$
3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
$$(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$$
4. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
   $$(A^{-1})^{-1} = A$$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
   $$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
   $$(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$$

4. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
   $$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

5. Se $\exists A^{-1}$ e $\lambda \neq 0$, a inversa de λA é

Propriedades da inversa

1. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^{-1} é A
   $(A^{-1})^{-1} = A$

2. Se $\exists A^{-1}$ e $\exists B^{-1}$, a inversa de AB é $B^{-1}A^{-1}$
   $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

3. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^k com $k \in \mathbb{N}_0$ é $(A^{-1})^k$
   $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$

4. Se $\exists A^{-1}$, a inversa de A^T é $(A^{-1})^T$
   $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

5. Se $\exists A^{-1}$ e $\lambda \neq 0$, a inversa de λA é $\dfrac{1}{\lambda}A^{-1}$
   $(\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda}A^{-1}$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \qquad \not\Rightarrow \qquad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \qquad \not\Rightarrow \qquad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \qquad \not\Rightarrow \qquad B = C$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:

  $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$

  Ex:

  $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Lembram-se?

Não-propriedades do produto de matrizes

Em geral,

- $AB = \mathbf{O} \quad \not\Rightarrow \quad (A = \mathbf{O} \quad \vee \quad B = \mathbf{O})$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow AB = \mathbf{0}_{2\times 1}$$

- $AB = AC \text{ e } A \neq \mathbf{0} \quad \not\Rightarrow \quad B = C$

  Ex:
  $$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$
  mas $AB = AC$ e $A \neq \mathbf{0}$ com $B \neq C$

Propriedades da inversa

7. Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

Propriedades da inversa

7. Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

   $AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$

Propriedades da inversa

7. Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

   $AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$

8. Se $\exists A^{-1}$, $AB = AC \Rightarrow B = C$

Propriedades da inversa

7. Se $\exists A^{-1}$, $AB = \mathbf{0} \Rightarrow B = \mathbf{0}$

   $AB = \mathbf{0} \Leftrightarrow B = \mathbf{0}$

8. Se $\exists A^{-1}$, $AB = AC \Rightarrow B = C$

   $AB = AC \Leftrightarrow B = C$

Propriedades da inversa

9. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

Propriedades da inversa

9. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

   $Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

Propriedades da inversa

9. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

   $Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

10. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = \mathbf{0} \Rightarrow x = \mathbf{0}$

Propriedades da inversa

9. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = b \Rightarrow x = A^{-1}b$

   $Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$ Sistema com uma única solução (sistema determinado)

10. Se $\exists A^{-1}$, $Ax = \mathbf{0} \Rightarrow x = \mathbf{0}$

    $Ax = \mathbf{0} \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$ Sistema determinado em que a única solução é a solução nula

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

$$x = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = \mathbf{0}$ é

Exemplos

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = b$ é

$$x = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

A solução (única) de $Ax = \mathbf{0}$ é

$$x = A^{-1}\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

TPC + Bons estudos!

Exercício 68. Calcule $(2B)^{-1}B^2$

Exercício 71

Exercício 76.

Exercício 75.

E não só :)