

Instituto Superior de Agronomia
Estatística – 2º Teste (recurso) (2020/2021)

Duração: 2 horas


21 de Janeiro de 2021

1. (6 val.) Um negociante compra pinhas de pinheiro manso para obter pinhão negro (pinhão com casca). O preço do kg da pinha é 0.90 euros. Admite-se que o peso de uma pinha segue uma distribuição normal de valor médio 264 g.
- Sabendo que a probabilidade de uma pinha ter menos de 300 g é 0.7019, calcule o desvio padrão do peso de uma pinha.
Nota: Nas respostas seguintes utilize o valor de desvio padrão igual a 68 gramas.
 - Qual a probabilidade de uma pinha, escolhida ao acaso, ter mais do que 400 g?
 - As pinhas são colocadas, ao acaso, em sacas que se consideram cheias com 50 pinhas. Responda às seguintes questões, justificando convenientemente.
 - Caracterize a distribuição da variável aleatória que representa o peso do conteúdo de uma saca cheia.
 - Qual a probabilidade de numa saca haver no máximo 3 pinhas com mais de 400 gramas?
 - Qual a probabilidade de o preço de uma saca cheia ser inferior a 12.5 euros?

2. (5 val.) Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes com distribuição geométrica de parâmetro p , $0 < p < 1$.
- Defina “As variáveis aleatórias discretas X e Y são independentes”.
 - Determine, em função de p , $P[X = 3, Y = 3]$.
 - Seja $V = aX - bY$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Exprima em função de a , b e p
 - $E[V]$ e $Var[V]$.
 - $Cov[V, X - Y]$.
 - Será a distribuição de probabilidade da v.a. $X + Y$ geométrica? Justifique a sua resposta.

3. (5 val.) Um produtor entregou um lote de abóboras manteiga na central de comercialização, tendo sido calibrado um conjunto de 50 frutos, seleccionados ao acaso.

A empresa pretende comercializar frutos com massas no intervalo $[1.2, 1.6]$ kg e o técnico da central decidiu só aprovar os frutos com massa neste intervalo.

- Caracterize a v.a. que conta o número de abóboras na amostra, satisfazendo o critério definido pelo técnico.
- A central exige que 85% das abóboras que recebe satisfaçam aquele critério. Admitindo o valor indicado pela central qual a probabilidade, aproximada, de encontrar na amostra pelo menos 40 frutos com massa naquele intervalo? Justifique.
- Os dados observados foram introduzidos no *software* , no objecto `massa` que designa o vector com as massas (em quilograma) dos 50 frutos analisados.

```
> sort(massa)
[1] 1.08 1.20 1.21 1.22 . . . 1.58 1.59 1.60 2.27 2.68
```

- Determine uma estimativa da proporção de frutos do produtor com massa no intervalo $[1.2, 1.6]$ kg.
- Usando uma análise estatística adequada, critique a seguinte afirmação do produtor: “Mais de 85% das abóboras têm massa no intervalo $[1.2, 1.6]$ kg. Justifique convenientemente.

(v.s.f.f.)

4. (4 val.) Uma fábrica localiza-se junto de dois rios, A e B. Na sua laboração é utilizado um agente químico altamente prejudicial quando libertado para o meio ambiente. Realizou-se uma acção de fiscalização em que se capturaram 12 peixes em cada um dos rios e se mediu a concentração do agente poluente em cada peixe. Os dados foram introduzidos no \mathbb{R} , nos vectores A e B e executaram-se alguns comandos, cujos resultados se encontram no Anexo. Utilize os resultados que considere adequados para responder às seguintes alíneas.

- Indique uma estimativa do valor médio e uma estimativa da variância da concentração do agente poluente nos peixes do rio A.
- Escreva a expressão dos estimadores associados às estimativas obtidas em a) e mostre que são estimadores centrados dos parâmetros que estimam.
- Um ambientalista afirma que a concentração média de poluente por peixe no rio A é inferior à existente no rio B. Comente esta afirmação, indicando e justificando todos os pressupostos necessários à sua resposta.

```
> mean(A)      >mean(B)      >var(A)      >var(B)
[1] 11.1       [1] 12          [1] 0.6345455  [1] 0.3654545

> shapiro.test(A)                > shapiro.test(B)
Shapiro-Wilk normality test      Shapiro-Wilk normality test

data:  A                          data:  B
W = 0.9376, p-value = 0.4678      W = 0.9113, p-value = 0.2219

> shapiro.test(A-B)

Shapiro-Wilk normality test

data:  A - B
W = 0.9657, p-value = 0.8606

> var.test(A,B)

      F test to compare two variances

data:  A and B
F = 1.7363, num df = 11, denom df = 11, p-value = 0.374
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.4998471 6.0314476
sample estimates:
ratio of variances
 1.736318

> t.test(A,B,var.equal=TRUE,paired=FALSE,alternative="two.sided")

      Two Sample t-test

data:  A and B
t = -3.1177, df = 22, p-value = 0.005013
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.4986756 -0.3013244
sample estimates:
mean of x mean of y
 11.1      12.0

>
> t.test(A,B,var.equal=TRUE,paired=FALSE,alternative="greater")

      Two Sample t-test
```

```
data: A and B
t = -3.1177, df = 22, p-value = 0.9975
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -1.395697      Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
  11.1      12.0
```

```
>
> t.test(A,B,var.equal=TRUE,paired=FALSE,alternative="less")
```

Two Sample t-test

```
data: A and B
t = -3.1177, df = 22, p-value = 0.002507
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
 -Inf -0.4043031
sample estimates:
mean of x mean of y
  11.1      12.0
```

```
>
> t.test(A,B,paired=TRUE,alternative="less")
```

Paired t-test

```
data: A and B
t = -2.5379, df = 11, p-value = 0.01379
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
95 percent confidence interval:
 -Inf -0.2631377
sample estimates:
mean of the differences
      -0.9
```

```
> t.test(A,B,paired=TRUE,alternative="greater")
```

Paired t-test

```
data: A and B
t = -2.5379, df = 11, p-value = 0.9862
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -1.536862      Inf
sample estimates:
mean of the differences
      -0.9
```

```
> t.test(A,B,paired=TRUE,alternative="two.sided")
```

Paired t-test

```
data: A and B
t = -2.5379, df = 11, p-value = 0.02758
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.6805203 -0.1194797
sample estimates:
mean of the differences
      -0.9
```