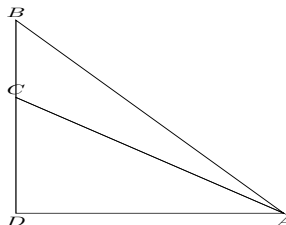


1. Considere $\alpha \in [\pi, \frac{3}{2}\pi]$ tal que $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Determine o valor exacto de $\cos \alpha$ e $\sin \alpha$. [1v]
2. Considere a figura em que $\hat{A}BC = 45^\circ$, $\hat{A}CB = 120^\circ$, $\hat{A}DC = 90^\circ$ e $\overline{BC} = 2$. [4v]



- (a) Indique o valor de $\hat{B}AC$ e $\hat{A}CD$.
- (b) Determine \overline{AB} .
- (c) Calcule a área do triângulo ACD .
3. Considere os vectores u e v de \mathbb{R}^3 ortogonais e unitários. Mostre que o ângulo entre os vectores $u + v$ e u é igual ao ângulo entre os vectores $u + v$ e v . [1v]
4. Considere a recta $r : (x, y, z) = (n, 2, 0) + \lambda(2, m, 1)$, com $\lambda \in \mathbb{R}$, o plano $\pi : x - 3y + z = 0$ e o vector $b = (1, 2, 3)$. [4v]

- (a) Escreva a equação vectorial do plano π .
- (b) Calcule m e n de forma a que a recta r esteja contida no plano π .
- (c) Calcule a distância do vector b ao plano π .

5. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -6 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ [5v]

- (a) Determine $(AB)^2$.
- (b) Calcule A^{-1} .
- (c) Seja o sistema $Ax = -2b$. Resolva-o e interprete-o geometricamente.

6. Considere o seguinte problema de programação linear

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 4x + 2y & (0) \\ \text{s.a.} \quad & 2x + y \leq 10 & (1) \\ & x \leq 4 & (2) \\ & y \leq 8 & (3) \\ & x, y \geq 0. & (4) \end{aligned}$$

- (a) Represente graficamente a região admissível. [5v]

¹O enunciado não foi escrito ao abrigo do Acordo Ortográfico.

- (b) Determine uma solução óptima e indique o correspondente valor da função objectivo.
- (c) Será que o problema tem soluções óptimas alternativas? Em caso afirmativo, assinale-as graficamente.