

# **Inventário Florestal**

## **Medição e avaliação de variáveis da árvore**

**Licenciatura Engenharia Florestal e dos Recursos Naturais  
2º ano, 2º semestre**

**Paula Soares  
Ano letivo 2021-22**

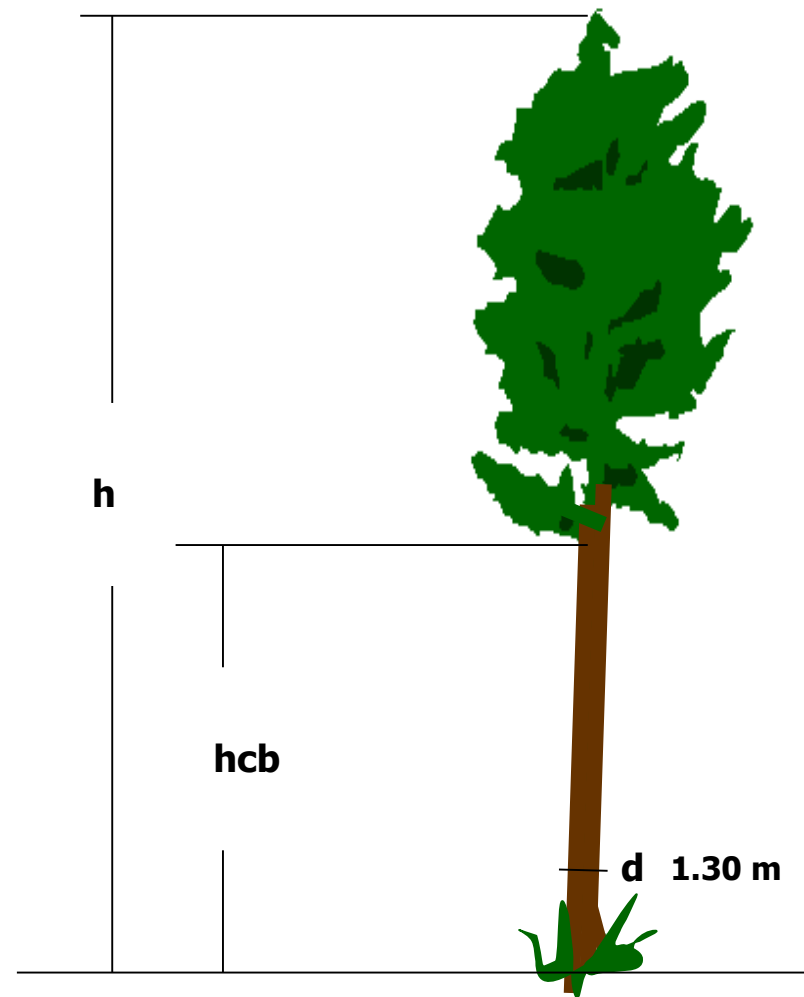
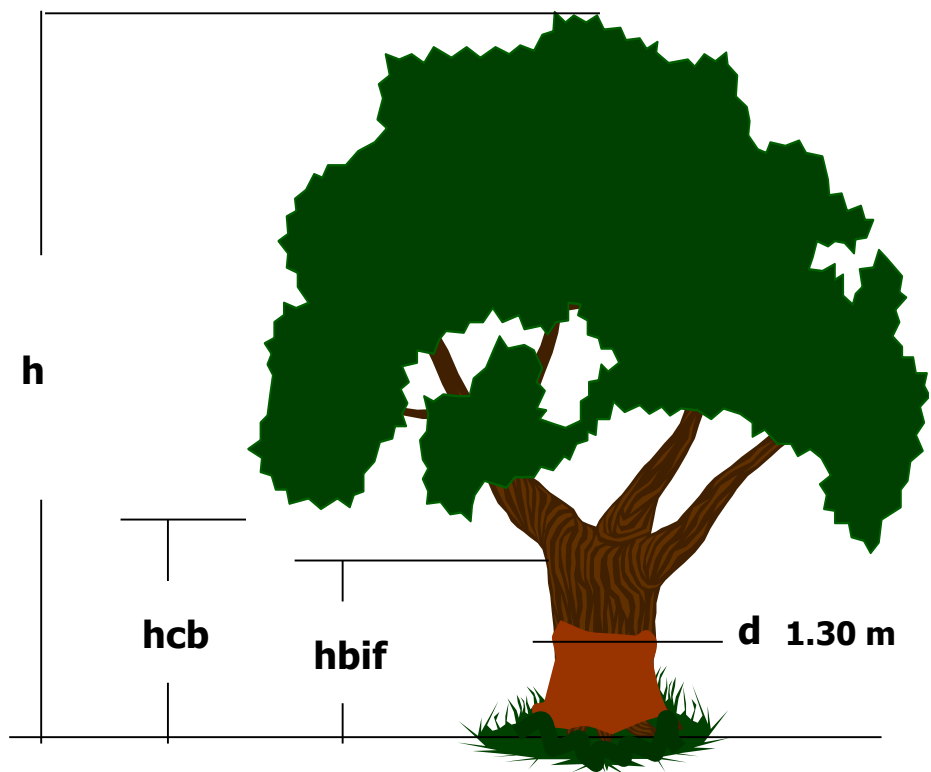
# Volume

**Nas árvores com dominância apical, o volume da árvore corresponde ao volume do tronco**

**Nas árvores com copas com ramos bastante desenvolvidos, falamos do volume do fuste, sendo este definido como o volume do tronco até à bifurcação – ex. sobreiro, pinheiro-manso**

**Nas árvores com este tipo de ramificação, deve-se também calcular:**

- o volume das pernadas**
- o volume das braças de 1ª ordem (ramos que se inserem nas pernadas) e das braças de 2ª ordem (ramos que se inserem nas braças de 1ª ordem)**



# Volume – tipo de volumes

**volume da árvore ⇨ volume do tronco com casca incluindo o cepo (volume total)**

## **MAS**

**Há vários tipos de volumes:**

**volume com casca e com cepo**

**volume com casca e sem cepo**

**volume sem casca e com cepo**

**volume sem casca e sem cepo**

# Volume por categorias de aproveitamento

repartição do volume por categorias de aproveitamento - estas definem-se de acordo com diâmetros mínimos de despona e/ou comprimentos dos toros.

| Utilização potencial da madeira<br>em função do diâmetro do toro |                                                                |                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| DIÂMETRO<br>DO TORO                                              | DESTINO/UTILIZAÇÃO                                             |                                                                                       |
| > 35 cm                                                          | Folhas de madeira<br>Aplicações em carpintaria<br>e marcenaria |    |
| 20 a 35 cm                                                       | Serração<br>Produção de tabuado                                |    |
| 14 a 20 cm                                                       | Serração<br>Produção de paletes e caixotaria                   |  |
| 7 a 14 cm                                                        | Trituração e Tratamento<br>Produção de painéis e papel         |  |
| < 7 cm                                                           | Produção de energia e calor                                    |  |

Tratamento  
Impregnação  
Postes

Soares et al (2020)

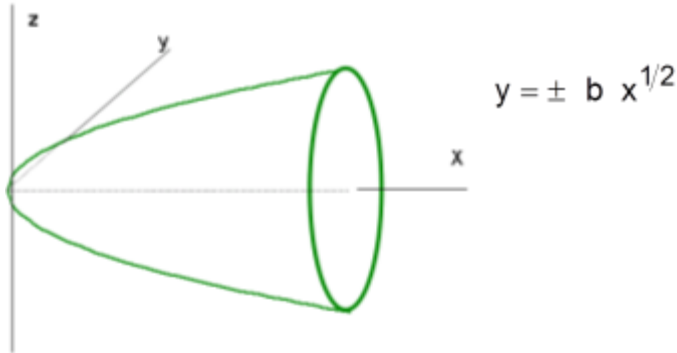
# Cubagem de parabolóides de revolução

**Se assumirmos que a forma do tronco da árvore pode ser aproximada por um parabolóide de revolução**

**então**

**o volume do tronco resume-se ao estudo da cubagem dos parabolóides de revolução**

# Cubagem de parabolóides de revolução



Área da secção transversal genérica do parabolóide:

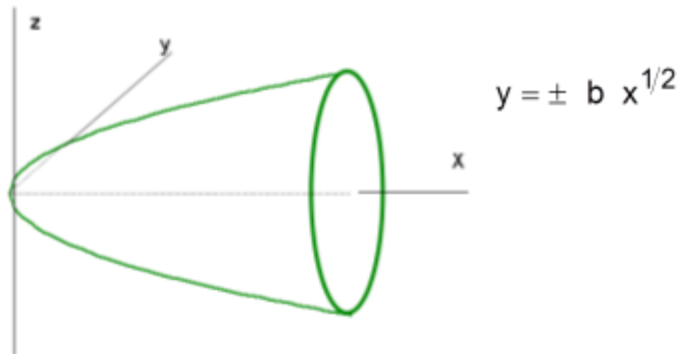
$$g_i = \pi y^2 = \pi b^2 x^{2r} = \pi b^2 \left( \frac{d_i}{2} \right)^{2r}$$

O volume do parabolóide com comprimento  $h$  é dado por:

$$\begin{aligned} v &= \int_{x=0}^h g_i dx = \int_{x=0}^h \pi b^2 x^{2r} dx = \pi b^2 \int_{x=0}^h x^{2r} dx = \pi b^2 \left[ \frac{x^{2r+1}}{2r+1} \right]_0^h = \pi b^2 \left( \frac{h^{2r+1}}{2r+1} - 0 \right) = \\ &= \frac{1}{2r+1} \pi b^2 h^{2r} h = \frac{1}{2r+1} g_0 h \end{aligned}$$

Fórmula geral de cubagem dos paraboloides

# Cubagem de parabolóides de revolução

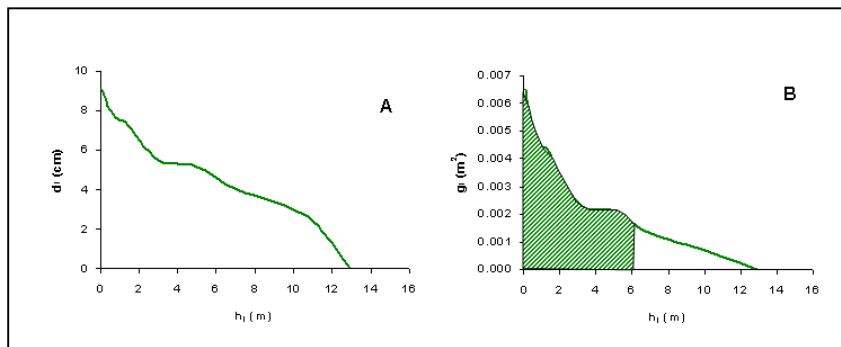


Área da secção transversal genérica do parabolóide:

$$g_i = \pi y^2 = \pi b^2 x^{2r} = \pi b^2 \left( \frac{d_i}{2} \right)^{2r}$$

O volume do parabolóide com comprimento h é dado por:

$$v = \int_{x=0}^h g_i dx = \int_{x=0}^h \pi b^2 x^{2r} dx = \dots = \frac{1}{2r+1} \pi b^2 h^{2r} h = \frac{1}{2r+1} g_0 h$$



Fórmula geral de cubagem dos parabolóides



# Cubagem de parabolóides de revolução

Coeficiente forma absoluto ←  $\frac{1}{2r+1} g_0 h = v$  → Volume de um cilindro

$$V_{\text{cilin}} = h \times g = h \times (\pi \times r^2) = h \times (\pi \times (d/2)^2) = h \times (\pi \times d^2/4) = h \times \pi/4 \times d^2$$

| Sólido                  | Índice da parábola |                         |
|-------------------------|--------------------|-------------------------|
| Cilindro                | 0                  | $v = g_0 h$             |
| Parabolóide cúbico      | 1/3                | $v = \frac{3}{5} g_0 h$ |
| Parabolóide ordinário   | 1/2                | $v = \frac{1}{2} g_0 h$ |
| Parabolóide semi-cúbico | 2/3                | $v = \frac{3}{7} g_0 h$ |
| Cone                    | 1                  | $v = \frac{1}{3} g_0 h$ |
| Neilóide                | 3/2                | $v = \frac{1}{4} g_0 h$ |

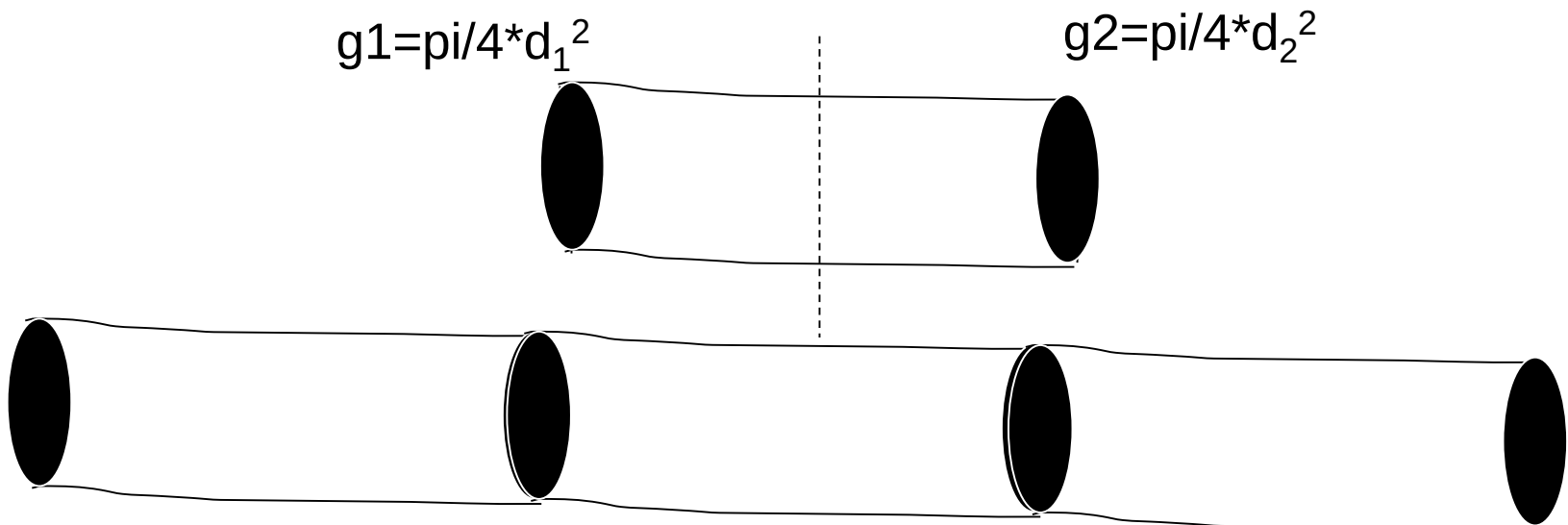
# Cubagem de troncos de parabolóides

Fórmula de Smalian ou fórmula da secção média ( $r=1/2$ ):

$$V_{\text{toro}} = \frac{g_1 + g_2}{2} h_{\text{toro}}$$

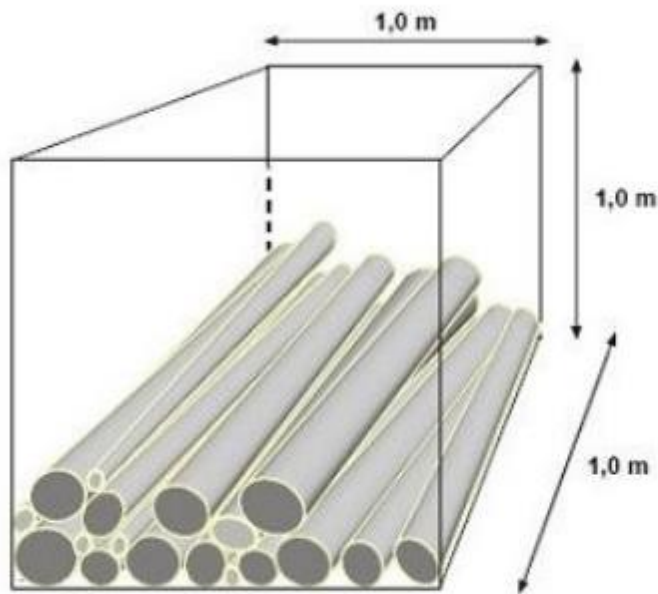
$$g_1 = \pi/4 * d_1^2$$

$$g_2 = \pi/4 * d_2^2$$

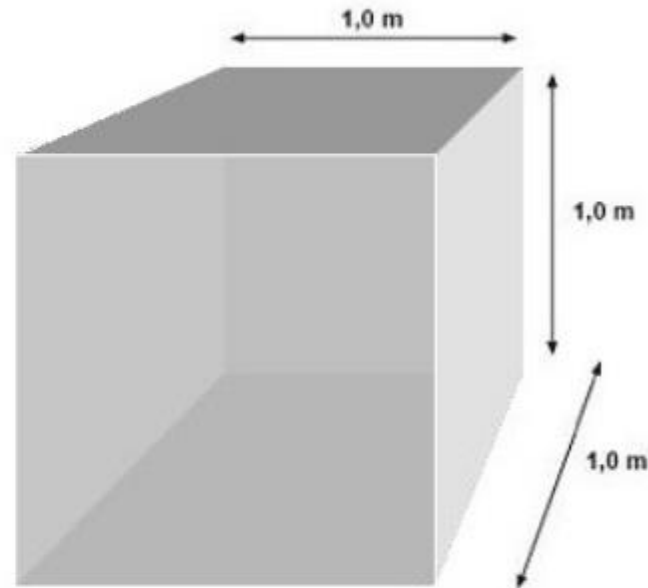


# Volumes da árvore

**Estere: volume aparente de uma pilha cúbica com 1 m de largura x 1 m altura x 1 m profundidade**



**1 metro cúbico estéreo (st)**



**1 metro cúbico sólido (m³)**

**volume real = vol. aparente da pilha x coeficiente de empilhamento**

# Volumes da árvore



Fatores de conversão (eucalipto):

esteres sem casca x 0.67 = m<sup>3</sup> sem casca

m<sup>3</sup> sem casca x 1.5 = esteres sem casca

**Variável com a espécie, classe de diâmetro, retidão dos toros...**





Inventário Florestal, 25 de fevereiro de 2022



# Cubagem de uma árvore

## (1) Métodos diretos

**abate da árvore e imersão em água com medição do volume de líquido deslocado**

# Cubagem de uma árvore

## (1) Métodos diretos

abate da árvore e imersão em água com medição do volume de líquido deslocado

## (2) Métodos indiretos

### (2.1) Métodos de cubagem rigorosa

implicam a “toragem” da árvore e a cubagem de cada toro com as fórmulas de cubagem dos parabolóides mais adequadas a cada secção da árvore

- método por toros com base na fórmula de Smalian
- método de Hohenald

### (2.2) Métodos expeditos

- método da altura formal

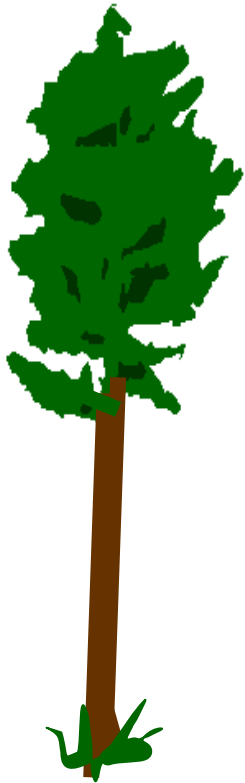




# Cubagem rigorosa: fórmula de Smalian

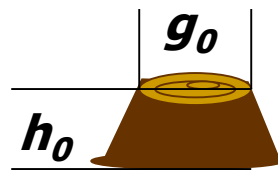
volume árvore

$$V = V_0 + \sum_{i=1}^n V_i + V_b$$



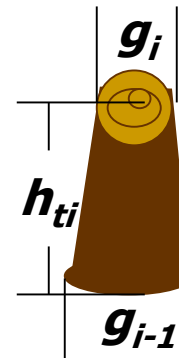
cepo

$$g_0 = \pi \frac{d_i^2}{4}$$



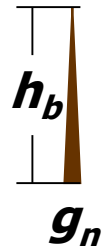
$$V_0 = g_0 h_0$$

toro  $i$

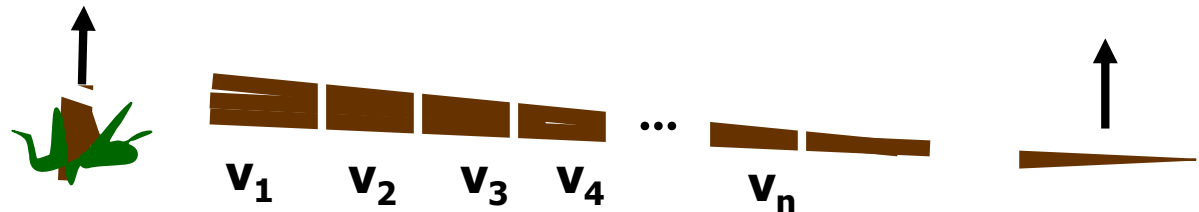


$$V_i = \frac{g_{i-1} + g_i}{2} h_{ti}$$

bicada



$$V_b = \frac{1}{3} g_n h_b$$



Propriedade: Furadouro - Alto do Vilão

Compasso 3.00 x 2.00

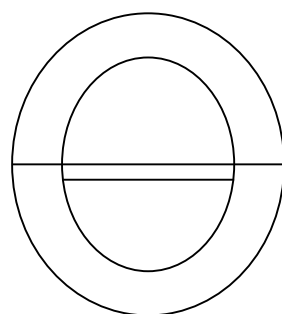
Data do abate 31-03-93

Árvore nº 187

| Alturas (m) |         |         |
|-------------|---------|---------|
| Total       |         | do cepo |
| em pé       | no chão |         |
| 12.25       | 12.90   | 0.1     |

| Diâmetros (mm)      |                          |    |       |   |
|---------------------|--------------------------|----|-------|---|
| Local de<br>medição | Diâmetro<br>com<br>casca |    | casca |   |
|                     | 1                        | 2  | 1     | 2 |
| Dap                 | 71                       | 73 | 3     | 3 |
| Local corte         | 89                       | 93 | 9     | 8 |
| 0.5                 | 78                       | 82 | 4     | 3 |
| 1.0                 | 75                       | 74 | 3     | 3 |
| 3.0                 | 55                       | 55 | 2     | 2 |
| 5.0                 | 50                       | 53 | 1     | 1 |
| 7.0                 | 39                       | 42 | 1     | 1 |
| 9.0                 | 29                       | 39 | 1     | 1 |
| 11.0                | 23                       | 25 |       |   |
| 13.0                |                          |    |       |   |
| 15.0                |                          |    |       |   |
| 17.0                |                          |    |       |   |
| 19.0                |                          |    |       |   |
| 20.0                |                          |    |       |   |

dsc=dcc-2 x esp casca



Em cada árvore obtiveram-se as seguintes medições:

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Com a árvore em pé   | <ul style="list-style-type: none"><li>• marcação do nível do d com tinta (cm)</li><li>• medição da altura total com hipsómetro SUNTO (m)</li></ul>                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Com a árvore abatida | <ul style="list-style-type: none"><li>• medição do comprimento total da árvore com fita métrica (m)</li><li>• medição da altura do cepo (cm)</li><li>• medição cruzada, com régua, do diâmetro do cepo, do d e do diâmetro a 1.30 m, com e sem casca (mm)</li><li>• a partir do nível de 1 m, de 2 em 2 m (comprimento dos toros) medição cruzada, com régua, do diâmetro e da espessura da casca (mm)</li></ul> |

## **Exercício:**

**3.2.3, 1), página 11**

**Determine, por cubagem rigorosa, o volume total com e sem casca de uma das árvores abatidas cujas fichas de medição se encontram nas figuras 3A a 3I.**

**Determine o volume por categorias de aproveitamento com casca correspondente aos diâmetros de despona de 20, 12 e 6 cm, sem restrições de comprimento, estimando a altura destes diâmetros de despona por interpolação linear entre os diâmetros da base e do topo do toro no qual se encontrem.**

**Faça um gráfico dos volumes sobre os diâmetros das árvores e veja que existe, de facto, uma relação entre o volume das árvores e os correspondentes diâmetros.**

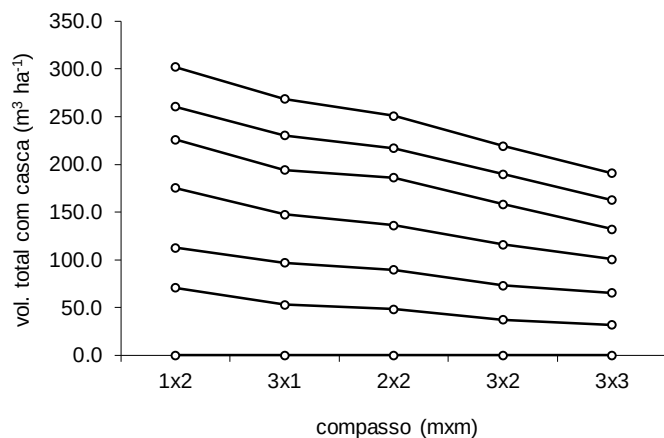
## Exercício:

### 3.2.3, 2), página 21

Determine, por cubagem rigorosa, o volume total com e sem casca de cada uma das árvores abatidas cujas fichas de medição se encontram nas figuras 4A a 4E.

A qual compasso corresponde o maior volume da árvore média? Consegue explicar porquê?

Assumindo que não existe mortalidade, multiplique agora o volume da árvore média pelo número de árvores por ha. A qual compasso corresponde o maior volume por ha? Consegue explicar porquê?



| idade | Nv   | 1x2<br>Vtcc | varvm  | Nv   | 3x3<br>Vtcc | varvm  |
|-------|------|-------------|--------|------|-------------|--------|
| 1,0   | 4413 | 0,00        | 0,0000 | 1032 | 0,00        | 0,0000 |
| 2,6   | 4286 | 60,50       | 0,0141 | 981  | 31,68       | 0,0323 |
| 3,6   | 4209 | 107,72      | 0,0256 | 975  | 65,06       | 0,0667 |
| 4,6   | 4133 | 162,54      | 0,0393 | 952  | 101,78      | 0,1069 |
| 5,6   | 3954 | 204,79      | 0,0518 | 941  | 142,51      | 0,1515 |
| 6,5   | 3852 | 237,31      | 0,0616 | 941  | 168,00      | 0,1785 |
| 7,6   | 3571 | 278,34      | 0,0779 | 924  | 202,11      | 0,2187 |
| 8,6   | 3571 | 323,71      | 0,0907 | 924  | 244,32      | 0,2644 |
| 9,5   | 3546 | 343,01      | 0,0967 | 901  | 272,73      | 0,3027 |
| 13,3  | 3240 | 431,78      | 0,1333 | 879  | 377,78      | 0,4298 |



| idade | Nv   | Nm   |      | %mortas | G    | hd   | dd   | hm   | dg   | dmax | Vtcc  | ac      | ama     | vmed   | Vtsc  | Vmcc  | Vmsc  |     |
|-------|------|------|------|---------|------|------|------|------|------|------|-------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|-----|
| 1.0   | 4413 | 587  | 5000 | 0.12    | 0.0  | 3.5  | 0.0  | 2.0  | 0.0  | 0.0  | 0.0   |         |         | 0.0000 | 0.0   | 0.0   | 0.0   | 2x1 |
| 2.6   | 4286 | 714  | 5000 | 0.14    | 11.9 | 13.2 | 10.6 | 9.3  | 5.9  | 11.8 | 60.5  | 38.2119 | 23.4202 | 0.0141 | 56.8  | 11.5  | 11.2  |     |
| 3.6   | 4209 | 791  | 5000 | 0.16    | 18.0 | 15.8 | 13.0 | 10.8 | 7.4  | 14.9 | 107.7 | 47.2134 | 30.0602 | 0.0256 | 101.9 | 47.0  | 44.8  |     |
| 4.6   | 4133 | 867  | 5000 | 0.17    | 22.3 | 19.1 | 15.0 | 12.4 | 8.3  | 17.0 | 162.5 | 54.8239 | 35.4632 | 0.0393 | 153.6 | 91.9  | 86.9  |     |
| 5.6   | 3954 | 1046 | 5000 | 0.21    | 25.3 | 21.3 | 16.7 | 14.9 | 9.0  | 19.2 | 204.8 | 42.2516 | 36.6790 | 0.0518 | 193.5 | 132.6 | 125.1 |     |
| 6.5   | 3852 | 1148 | 5000 | 0.23    | 27.9 | 22.4 | 17.7 | 16.0 | 9.6  | 20.4 | 237.3 | 35.4769 | 36.5095 | 0.0616 | 224.5 | 165.7 | 156.4 |     |
| 7.6   | 3571 | 1429 | 5000 | 0.29    | 30.2 | 24.3 | 19.0 | 17.5 | 10.4 | 21.6 | 278.3 | 37.8768 | 36.7048 | 0.0779 | 263.2 | 210.2 | 198.1 |     |
| 8.6   | 3571 | 1429 | 5000 | 0.29    | 31.5 | 26.8 | 19.7 | 19.7 | 10.6 | 22.1 | 323.7 | 45.3667 | 37.7139 | 0.0907 | 304.9 | 249.0 | 233.7 |     |
| 9.5   | 3546 | 1480 | 5026 | 0.29    | 33.1 | 27.2 | 20.8 | 20.8 | 11.0 | 23.2 | 343.0 | 21.0556 | 36.1066 | 0.0967 | 323.6 | 271.8 | 255.6 |     |
| 13.3  | 3240 | 1760 | 5000 | 0.35    | 37.0 | 30.5 |      |      | 12.1 | 25.9 | 431.8 | 23.6713 | 32.5871 | 0.1333 | 406.7 | 363.7 | 341.4 |     |
| 1.0   | 1032 | 91   | 1123 | 0.08    | 0.0  | 3.2  | 0.0  | 2.0  | 0.0  | 0.0  | 0.0   |         |         | 0.0000 | 0.0   | 0.0   | 0.0   | 3x3 |
| 2.6   | 981  | 142  | 1123 | 0.13    | 6.6  | 11.9 | 12.7 | 10.2 | 9.3  | 14.4 | 31.7  | 20.0103 | 12.2644 | 0.0323 | 29.1  | 21.3  | 19.5  |     |
| 3.6   | 975  | 147  | 1122 | 0.13    | 11.3 | 14.7 | 16.1 | 13.0 | 12.1 | 18.3 | 65.1  | 33.3812 | 18.1575 | 0.0667 | 60.5  | 54.9  | 50.9  |     |
| 4.6   | 952  | 170  | 1122 | 0.15    | 14.1 | 18.4 | 18.4 | 15.9 | 13.7 | 20.5 | 101.8 | 36.7164 | 22.2067 | 0.1069 | 94.5  | 90.7  | 83.9  |     |
| 5.6   | 941  | 181  | 1122 | 0.16    | 17.0 | 21.3 | 20.2 | 18.4 | 15.2 | 22.8 | 142.5 | 40.7340 | 25.5250 | 0.1515 | 132.3 | 131.1 | 121.4 |     |
| 6.5   | 941  | 181  | 1122 | 0.16    | 19.2 | 22.3 | 21.2 | 19.8 | 16.1 | 24.1 | 168.0 | 27.8030 | 25.8463 | 0.1785 | 156.4 | 156.8 | 145.6 |     |
| 7.6   | 924  | 198  | 1122 | 0.18    | 21.8 | 23.8 | 22.8 | 20.9 | 17.3 | 25.9 | 202.1 | 31.4895 | 26.6524 | 0.2187 | 188.5 | 191.4 | 178.1 |     |
| 8.6   | 924  | 198  | 1122 | 0.18    | 23.4 | 26.6 | 23.9 | 23.7 | 18.0 | 27.3 | 244.3 | 42.2084 | 28.4648 | 0.2644 | 227.2 | 232.8 | 216.0 |     |
| 9.6   | 901  | 221  | 1122 | 0.20    | 24.7 | 28.1 | 25.0 | 24.6 | 18.8 | 28.5 | 272.7 | 28.4042 | 28.4585 | 0.3027 | 253.5 | 261.4 | 242.5 |     |
| 13.3  | 879  | 232  | 1111 | 0.21    | 29.2 | 32.9 |      |      | 20.6 |      | 377.8 | 28.6499 | 28.5114 | 0.4298 | 350.6 | 366.1 | 339.2 |     |

## **Exercício:**

### **3.2.1-2, página 6**

**Para cada uma das árvores que representou graficamente no exercício anterior:**

**Calcule o coeficiente de forma ordinário e o coeficiente de forma baseado no diâmetro a 15% da altura da árvore.**

**Qual lhe parece mais adequado para comparar a forma de árvores de tamanhos diferentes?**

**Com base no coeficiente de forma selecionado na alínea anterior, diga qual é a árvore mais cônica.**