

I

1. Demonstração feita nas aulas teóricas. Resolução feita na página 9 das Resoluções de exercícios de Regressão Linear Simples.
2. $N = -731.7 + 881.2 Zn$
3. O valor calculado da estatística do teste F é $F_{calc} = (n-2) \frac{R^2}{1-R^2} = 33.31$; $f_{0.05(1,13)} \approx 4.7$. Assim, rejeita-se H_0 (ao nível de significância 0.05), logo, o modelo ajustado é significativamente diferente do Modelo Nulo. O valor do coeficiente de determinação, $R^2 = 0.7193$, significa que 71.9% da variabilidade observada para o teor de azoto no fruto é explicada por esta regressão.
4. $e_i = y_i - \hat{y}_i = 16070 - (-731.7 + 881.3 \times 19.13991) = -64.13$. Como o resíduo é negativo, o ponto encontra-se abaixo da recta ajustada.
5. Em 95% das amostras observadas, o valor esperado do teor de Azoto em frutos com 20 mg de Zinco por kg de matéria seca pertence ao intervalo]15215.1 , 18568.9[.
6. Explicado nos slides das aulas teóricas e nas páginas 76 a 79 das folhas de apoio.
7. Explicação da sua interpretação na página 81 das folhas de apoio, assim como nos slides das aulas teóricas.

II

1. O modelo de Regressão Linear Múltipla está descrito em notação vectorial/matricial nos slides das aulas teóricas e nas folhas de apoio, página 108. Trata-se apenas de adaptá-lo ao modelo que considera 7 preditores.
2. Output do R dentro do rectângulo:
Residual standard error: 902.9 ($\sqrt{QMRE} = 902.9$) on 7 degrees of freedom (graus de liberdade associados a SQRE, $n - (p + 1)$)
Multiple R-squared: 0.9779 (Coeficiente de determinação, $R^2 = 0.9779$) , Adjusted R-squared: Coeficiente de determinação modificado, (R_{mod}^2)
F-statistic: 44.34 (valor calculado da estatística do teste F de ajustamento global, $F_{calc} = 44.34$) on 7 and 7 DF (respetivamente, graus de liberdade associados a SQR, p , e graus de liberdade associados a SQRE, $n - (p + 1)$), p-value: 2.842e-05 (p-value do teste F de ajustamento global).
3. Teste t ao parâmetro β_1 , com hipóteses $H_0 : \beta_1 \leq 80$ vs. $H_1 : \beta_1 > 80$. Ao nível de significância $\alpha = 0.05$, não se rejeita H_0 , logo, não é admissível considerar que quando a distância da parcela à ribeira aumenta 1 m, o teor médio de Azoto no fruto aumenta mais de 80 mg por kg de matéria seca, sem alterar os valores dos restantes preditores.
4. Demonstração feita nas aulas teóricas. Resolução feita nas páginas 144 e 145 das folhas de apoio.

5. $R_{mod}^2 = 0.9558$. Dado o reduzido número de observações (15) face ao número de preditores (7), seria expectável uma maior diferença entre os valores destes coeficientes; tal não se verifica porque o valor do coeficiente de determinação é próximo de 1. Interpretação do R_{mod}^2 explicada nas folhas de apoio nas páginas 144 e 145.
6. Teste t ao parâmetro β_7 , com hipóteses $H_0 : \beta_7 = 0$ vs. $H_1 : \beta_7 \neq 0$. De acordo com o p-value deste teste, verifica-se que com um nível de significância de 0.05, não se rejeita H_0 , logo, é possível excluir o preditor B sem afetar de forma significativa a qualidade de ajustamento do modelo.

III

1. Os princípios gerais básicos a ter em conta quando se estabelece um delineamento experimental de uma experiência estão nos slides das aulas teóricas de Análise de Variância, Princípios básicos de delineamento experimental ("PrincipiosDelineamentoExperimental", ficheiro delineamentos.pdf).
2. (a) Delineamento experimental a 1 factor de efeitos fixos factor "adubo verde", com 5 níveis), equilibrado, com 9 observações por nível do factor. O modelo correspondente está descrito nas páginas 160-161 das folhas de apoio, assim como nos slides das aulas teóricas. Trata-se de adaptar este modelo ao problema em estudo.
 - (b) Linha adubo, coluna Df:4;
 Linha adubo, coluna Sum Sq: 314237811;
 Linha adubo, coluna mean Sq: 78559452.75;
 Linha adubo, coluna F value: 6.761.
 - (c) Fazendo o teste F aos efeitos do factor adubo ($H_0 : \alpha_i = 0, \forall i$ e $H_1 : \exists i$ tal que $\alpha_i \neq 0$), rejeita-se H_0 ao nível de significância $\alpha = 0.05$ e conclui-se que factor adubo afecta o teor de azoto nos frutos.
 - (d) Tendo rejeitado H_0 na alínea anterior, faz sentido fazer um teste de comparações múltiplas de médias, concretamente, o teste de Tukey às diferenças de pares de médias. Utilizando o termo de comparação de Tukey (4590.375), conclui-se, para o nível de significância $\alpha = 0.05$ global, que: as médias amostrais do teor de azoto nas modalidades **controlo**, **triticales**, **mostarda** e **mistura** não diferem significativamente entre si; as médias amostrais do teor de azoto nas modalidades **fava**, **controlo**, **triticales** não diferem significativamente entre si; a média amostral do teor de azoto na modalidade **fava** difere significativamente das médias amostrais das modalidades **mostarda** e **mistura**.
 - (e) Numa análise de variância a 1 factor de efeitos fixos, qualquer observação tem valor ajustado:

$$\hat{Y}_{ij} = \hat{\mu}_i = \hat{\mu}_1 + \hat{\alpha}_i = \bar{Y}_1. + (\bar{Y}_i. - \bar{Y}_1.) = \bar{Y}_i.$$

Então, para o exemplo estudado, os valores ajustados do teor de Azoto são iguais para todas as observações feitas nas 9 parcelas do adubo verde **fava** e são dados pela média amostral das observações nesse nível do factor, $\bar{y}_{fava.} = 23801$ mg por kg de matéria seca.