Modelos Matemáticos e Aplicações (22/23)

Revisão dos fundamentos de Probabilidade e Estatística com apoio do *software* R

Módulo I – 1 a 10 de Março 2023

Manuela Neves

ISA/ULisboa

Módulo I–Programa

- Breve introdução ao ambiente R.
- Os principais objectos do R. Operações com números, vectores e matrizes.
- Estrutura e manipulação de dados no R. Algumas funções estatísticas.
- Estatística Descritiva e Análise exploratória de dados com apoio do R.
- Visualização de dados a uma e duas dimensões.
- Os principais modelos de probabilidade discretos e contínuos.
- Introdução à Teoria de Estimação. Noção de estimador e estimativa.
- Principais métodos de estimação: o método dos momentos e o método da máxima verosimilhança.
- Introdução à Inferência Estatística paramétrica e não paramétrica.
- Intervalos de Confiança e Testes de hipóteses.
- Resolução de exercícios de aplicação.

Plano da aula 1

1. Tutoriais de R
2. Referências Bibliográficas
3. Breve introdução ao ambiente R
4. Estrutura e manipulação de dados
   - Objectos no R - `Vector`, `Matrix`, `Factor`, `List`, `Data Frame`
   - Leitura e escrita de ficheiros
5. Funções e Programação em R
6. Estatística Descritiva e Análise exploratória de dados
   - Alguns conceitos básicos. Indicadores
   - Visualização de dados no R– Gráficos
7. Análise exploratória de dados bivariados
8. O modelo de regressão linear simples

Tutoriais de R

- Everitt, B.S. and Hothorn, T. (2006). *A Handbook of Statistical Analyses using R*. Chapman & Hall
- Kerns, G.J. (2010). *Introduction to Probability and Statistics using R*. Disponível *on-line*
- Monteiro, L.R. (2006). *Introdução à Biometria usando o R*. Disponível *on-line*.
- Torgo, L. (2006). *Introdução à Programação em R*. Disponível *on-line*
- Venables, Smith and the RCore Team (2022). *An Introduction to R. Notes on R: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics Version 4.2.2* Disponível *on-line*
- Verzani, J. (2002). *Using R for Introductory Statistics*. Disponível *on-line*

Referências Bibliográficas

- Casella, G. and Berger, R.L.(2002). *Statistical Inference*. Wadsworth & Brooks
- Murteira, B. e Antunes, M. (2012). *Probabilidades e Estatística. Voll e II.* McGraw-Hill
- Neves, M. M. (2017). *Introdução à Estatística e à Probabilidade com com utilização do R ISAPress*.

- Pestana, D. e Velosa, S. (2008). *Introdução à Probabilidade e à Estatística.* Fundação Calouste Gulbenkian

AULA 1

Breve introdução ao ambiente R.

Breve introdução ao ambiente R

- **O que é o R ?**
  - É um conjunto integrado de ferramentas computacionais que permitem a manipulação e análise estatística de dados, o cálculo numérico e a produção de gráficos.
  - É uma linguagem interpretada - os comandos são imediatamente executados.
  - É uma linguagem orientada por objectos - os dados são armazenados na memória activa do computador na forma de objectos, têm nome e sobre eles aplicam-se acções.

Breve introdução ao ambiente R (cont.)

- **O que é o R ?**
  - É uma linguagem de programação, permite por isso implementar e tratar novos algoritmos.
  - Está em actualização permanente pela introdução constante de novos e diversos procedimentos estatísticos.
  - É uma aplicação de distribuição gratuita e de código público disponível em (http://cran.r-project.org/) - - aqui existe toda a informação.
  - Depois de fazer o *download* da versão adequada ao sistema operativo do computador (por ex. R 4.2.1 e deve escolher-se o sistema operativo). No ambiente de trabalho aparece Rx64 4.2.1 e clicando estamos prontos para trabalhar.

Breve introdução ao ambiente R(cont.)

- **Vantagens do R ?**
  - É mesmo totalmente gratuito.
  - Resulta de uma colaboração internacional de vários investigadores, que mantêm uma rede de discussão na *internett*.
  - É possível corrigir com mais facilidade os *bugs* detectados e até obter ajuda para tentar resolver algo mais específico.
  - Na *homepage do* R, `www.r-project.org` encontram-se vários tutoriais, em várias linguas.
  - É possível desenvolver um módulo (*package*) para uma aplicação de interesse, torná-la disponível no R e assim poder partilhar conhecimento.
  - O R tem várias *mailing-lists* para uma grande variedade de temas, ver a *homepage do* R.

Breve introdução ao ambiente R (cont.)

- **Iniciar e terminar uma sessão de R**
  - Criar uma pasta (ex. MMA.22.23) onde irão guardar-se todos os ficheiros de trabalho - ficheiros de dados, ficheiros de resultados, ficheiros do R.
  - Iniciar o R - abre-se uma janela de trabalho.
  - Especificar logo a pasta de trabalho
    menu: File $\longrightarrow$ Change dir ...
  - Os comandos são dados à frente da `prompt >` e são executados após pressionar "**Enter**".

Breve introdução ao ambiente R (cont.)

- **Iniciar e terminar uma sessão de R**
  - Para verificar se está na pasta pretendida fazer
    `> getwd()`
  - Para terminar uma sessão executar `>q()`.
    Se pretender guardar o *workspace* (sessão de trabalho que contém o conjunto de objectos de trabalho) fazer **Yes** e fica guardado no ficheiro **.Rdata**

Lidar com *packages*

- Todas as funções e comandos do R estão armazenados em (módulos) *packages*.
  - **Para:**
    - ver quais os packages disponíveis `>(.packages())`
    - ver quais os packages instalados `>library()`
    - carregar em memória um package instalado
      `>library(nome-package)` ou
      menu: Packages $\longrightarrow$ Load Package ...
- Para instalar um *package* fazer
  menu: Packages $\longrightarrow$ Install Package ...
- Numa sessão de R o conteúdo de um *package* só fica disponível quando ele é carregado em memória.

Ajudas no R

- Sobre um *package*
  `>help(package=datasets)`
- Sobre um conjunto de dados
  `>help(InsectSprays)` ou `> ?InsectSprays`
- Sobre uma função, conhecendo o nome
  `>help(mean)` ou `> ?mean`
- Para pesquisar uma sequência de caracteres
  `>help.search("norm")` ou `>??"norm"`
  Indica o *package* e comando onde aparece a sequência

```
stats::Normal                    The Normal Distribution
```

Operações no R

O R usado como calculadora:

- Expressões aritméticas (aqui o resultado é mostrado e não guardado):

```
> 2 + 3/4 * 7^2
[1] 38.75
> exp(-2)/log(sqrt(2))
[1] 0.3904951
> sin(pi)^2 + cos(pi)^2
[1] 1
>sin((pi)^2) + cos((pi)^2)
[1] -1.332987   # Note a diferença!!!!
```

- Atribuição (resultado guardado num objecto):

```
> x<- 3   # O resultado é guardado na variável
> x  # para mostrar o conteúdo de x
```

Algumas funções no R

As funções mais usuais no R:

> `sqrt()` - raíz quadrada
> `abs()` - valor absoluto
> `log()` - logaritmo de base e
> `log10()` - logaritmo de base 10
> `exp()` - exponencial
> `sin()` ; > `cos()` ; > `tg()`
> `factorial(`n`)` - factorial, $n!$
> `choose(n,k)` - devolve $\binom{n}{k}$

Objectos em R

- Os objectos do R são entidades que o R cria, manipula e podem ser guardados num *workspace*.
- Para ver a lista dos objectos no *workspace*: `> ls()`
- Para ver a informação sobre os objectos no *workspace*:
  `> ls.str()`
- Para apagar objectos: `> rm(x, y)`
- Para apagar **todos** os objectos existentes no *workspace*
  `> rm(list=ls())`
- Para guardar o *workspace* num ficheiro: `> save.image()` ou
  `menu: File⟶Save Workspace ...`
- O ficheiro *workspace* por omissão é `.RData`

Como lidar melhor com o R – uso do *script*

Em vez de escrever os comandos directamente na consola do R podem ser escritos e guardados em `ficheiros de texto` já sem erros e até comentados, para facilitar a sua utilização posterior.
Estes ficheiros devem ter extensão **.R** e devem ser guardados na pasta de trabalho.

Para:

- Criar um ficheiro de *script*
  `menu: File` $\longrightarrow$ `New script ...`
- Utilizar um ficheiro de *script*
  `menu: File` $\longrightarrow$ `Open script ...`

Estrutura e manipulação de dados

Objectos no R

- Os **objectos** no R são caracterizados por:
  - nome;
  - tipo - ex. vector, matrix, factor, array, data frame, ts, list, function;
  - atributos:
    –*mode*: numeric, character, complex, logical;
    –*length*: número de elementos no objecto;

`>str(x)` - mostra a estrutura interna do objecto x

- **Nome**
  - Deve começar com uma letra (A-Z ou a-z);
  - Pode conter dígitos e/ou pontos;
  - *Case-sensitive* (maiúsculas são diferentes de minúsculas).
  - *Nomes a evitar*(porque são usados internamente pelo R). Alguns:

    c. q, t, C, D, F, I, T, pi, diff, df, pt, if, else, for, in, next, repeat, else, while, break, NULL, NA, NaN, Inf, FALSE, TRUE

Objectos no R - Vector

Vector: estrutura de dados do mesmo tipo (numérico ou caracteres), armazenados enumerados – é o tipo de objecto mais comum.

- Criação de um vector - o uso de `c()`

```
> x <- c(1.2, 5.7, 6.3, 8, 14)
> cores <- c("Red","Green","Blue")
> u <- c(F,T,F)
> mais.cores <- c(cores, "Yellow","Black")
```

- Um vector pode conter símbolos especiais: `NA` (valor desconhecido, *missing value*), `NaN` *(Not a Number)* , `Inf` , `- Inf`.

```
z <- c(log(0),NA,Inf);z
[1]   -Inf   NA   Inf
```

Objectos no R - Vector

- Geração de sequências (permite criar certos vectores)

```
> y <- 1:5
> w <- seq(1, 1.4, by = 0.1)
> w1 <- rep(1,7)
> w2 <- rep(1:3,2)
```

- **Operações com vectores**

```
> v1 <- c(1,3,-1,2);    v2 <- c(2,4,5,1)
```

Nota: operações realizadas elemento a elemento – se um dos vectores tiver menor dimensão que o outro é concatenado consigo próprio

```
> v1+v2; v1*v2; v1*2; 2/v1
```

Objectos no R - `Vector`

- **Operadores lógicos**

  > `x>4; x>4 & x<6` (& conjunção)

  > `x<5 |x >= 8` (| disjunção)

  > `2==sqrt(4)` `[1] TRUE`

- **Selecção de elementos de um vector** – usa-se [ ]

  > `cores[1]` - devolve a 1ª componente do vector cores

  > `cores[-c(1,3)]` - mostra o vector resultante da remoção dos elementos na posição 1 e 3 do vector cores

  > `x[u]` - devolve as componentes de x correspondentes às componentes TRUE de u

  > `x[x>2 & x<14]` - devolve as componentes de x entre 2 e 14

Funções no R sobre vectores numéricos

Algumas funções realizadas elemento a elemento

> `length(x)` - devolve o numero de elementos do vector `x`

> `sort(x)` - devolve um vector com os elementos do vector `x` ordenados por ordem crescente

> `sum(x)` - devolve a soma dos elementos do vector vector `x`

> `prod(x)` - devolve o produto dos elementos do vector `x`

> `cumsum(x)` - devolve um vector cujos elementos são a soma acumulada dos elementos do vector `x`

> `cumprod(x)` - procedimento análogo ao anterior, com o produto

> `max(x); min(x)` - devolve máximo e mínimo dos elementos do vector vector `x`

> `factorial(x)` - devolve, para cada componente x_i, $\Gamma(x_i + 1)$

> `sample(x)` - faz uma permutação dos elementos do vector `x`

Objectos no R - Matrix

Uma matriz é uma estrutura de dados, do mesmo tipo, referenciados por dois índices (a duas dimensões). Define-se pelo número de linhas nrow e número de colunas ncol e um conjunto de nrow $\times$ ncol valores.

```
>M <- matrix(1:12,nrow=3,ncol=4);M
>rownames(M)<-c("L1","L2","L3")
>colnames(M)<-c("C1","C2","C3","C4")
M
```

```
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    4    7   10
[2,]    2    5    8   11
[3,]    3    6    9   12
```

```
   C1  C2  C3  C4
L1  1   4   7   10
L2  2   5   8   11
L3  3   6   9   12
```

Os valores são dispostos por coluna, a menos que seja indicado

```
> M <- matrix(1:12,3,4,byrow=T)
```

Selecção de elementos de uma matriz

```
> M[3,1]        # elemento que está na linha 3 e coluna 1
> M[3,]         # vector com os elementos da linha 3
> M[,1]         # vector com os elementos da coluna 1
> M[c(1,4),]    # elementos da linha 1 e linha 4
                # de todas as colunas
> M[-2,c(1,4)] # submatriz constituida pelas
                # linhas 1 e 3 e colunas 1 e 4
```

Operações com matrizes

```
> A<-matrix(c(3,2,-4,0,-1,8, 2,1,3,4,2,0),nc=4);A
> A * M     # faz o produto elemento a elemento
            # (verifique o que dá!!!)
> A %*% M   # faz o produto usual de  matrizes
> t(A)       # transposta de A
> diag(k)    # faz a matriz identidade de dimensão k
> rowMeans(A) # devolve o vector das médias por linha
> solve(A)    # inversa de A
> solve(A,b)  # devolve o vector x na equação Ax=b

> vec <- rep(2,4)
> M * vec     # por replicação tem o vector (2,2,2,2)
              #  e faz produto componente a componente
> M %*% vec   # faz o produto usual (matemático)
              # da matriz M pelo vector (2,2,2,2)
```

Objectos no R – `List`

- List: colecção ordenada de objectos (componentes da lista) que podem ser de tipos diferentes (vectores numéricos, vectores lógicos, matrizes, funções,...)

```
> aluno <- list(num=12345, nome="Manuel",
+ notas=c(12.5,13.4,12.1,14.3),curso="Eng.Florestal")
> str(aluno) #dá designação e mode
```

- As componentes de uma lista podem ser referidas pelo seu índice,com [[ ]] ou pela sua designação

```
> aluno[[2]]        # segunda componente
> aluno$nome        # componente designada "nome"
> aluno[2:3]        # resulta uma sublista
```

Nota: O resultado de muitas funções é uma lista.

Objectos no R – `Data Frame`

Um `data frame` é semelhante a uma matriz em que as colunas podem conter dados de diferentes tipos.
Um `data frame` pode ser visto como uma tabela de dados: colunas – são as variáveis; linhas – são os registos (as observações em cada variável)
É a estrutura usual para armazenar tabelas de dados

Leitura de um `data frame` já existente no R

```
> data()  # mostra vários data frame existentes
          # no package  "datasets"
> data(ToothGrowth) # carrega os dados para
                    # a memória do R
> ToothGrowth      # mostra os valores contidos
                 # no data frame
```

Como lidar com um Data Frame

```
> str(ToothGrowth)
                # mostra a estrutura do data frame
> head(ToothGrowth)
                # para visualizar as 6 primeiras linhas
> names(ToothGrowth)
                # dá os nomes das variáveis (colunas)
> dim(ToothGrowth)
                # dá a dimensão (n.linhas, n. colunas)
> ToothGrowth[,2]
                # dá a 2ª coluna
> ToothGrowth$len
                # mostra os valores da variável "len"
```

Como lidar com um `Data Frame`

Consultar um `data frame` pode ser mais simples utilizando a função `attach()`.
Permite aceder directamente às colunas de um *data frame*, sem necessidade de referir o nome do `data frame`.

```
> len                    # objecto desconhecido
> attach(ToothGrowth)
> len  # permite aceder às  colunas do  data frame
> detach(ToothGrowth)  # operação inversa de attach
> len                  # objecto de novo desconhecido
```

Um `Data Frame` famoso

Um base de dados famosa é `iris`, existente no R. Disponibiliza 4 medidas observadas em 3 espécies de *iris* (é um `data frame` com 150 linhas e 5 colunas)

```
>iris

    Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width    Species
1            5.1         3.5          1.4         0.2     setosa
2            4.9         3.0          1.4         0.2     setosa
3            4.7         3.2          1.3         0.2     setosa
....

> names(iris)

[1] "Sepal.Length" "Sepal.Width"  "Petal.Length" "Petal.Width"  "Species"

> dim(iris)

[1] 150   5
```

Um Data Frame famoso

```
> iris[,1]

  [1] 5.1 4.9 4.7 4.6 5.0 5.4 4.6 5.0
  [9] 4.4 4.9 5.4 4.8 4.8 4.3 5.8 5.7 ...

> mean(iris[,1])

[1] 5.843333

> summary(iris[,1])   # o mesmo que summary(iris$Sepal.Length)

   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  4.300   5.100   5.800   5.843   6.400   7.900

> table(iris$Species)

    setosa versicolor  virginica
        50         50         50
```

Como criar um Data Frame

```
> pauta <- data.frame(N.Aluno = c(18355, 17456, 19334, 17756),
+   turma = c("T1", "T2", "T3", "T3"),
+   notas.Est = c(10.3,9.3, 14.2, 15))

> pauta; pauta$notas.Est

   N.Aluno  turma   notas.Est
1   18355    T1       10.3
2   17456    T2        9.3
3   19334    T3       14.2
4   17756    T3       15.0
...
[1] 10.3  9.3 14.2 15.0
```

Importação de dados de um `Data Frame`

Uma das forma mais comuns de armazenar dados para trabalhar no R é usar ficheiros de texto.
Tendo um ficheiro no formato `txt` ou `dat` ou `csv` (*Comma Separated Values*), i.e., os valores em cada linha estão separados por vírgulas ou ponto e vírgula **deve**

1. abrir-se o ficheiro com um editor de texto (`Notepad, Wordpad`) para visualizar a estrutura
2. para ler usar o comando usar `read.table()`

```
>read.table("ficheiro",header=TRUE)
```

dependendo da estrutura dos dados.

Leitura de ficheiros

Quando se tem dados em Excel deve guardar-se cada folha num arquivo `csv`. Dependendo das configurações do computador as colunas virão separadas por vírgula **(,)** ou ponto e vírgula **(;)**

Exemplo

```
>semente<-read.table("sementes.csv",header=TRUE,
 + dec =".",sep=";",as.is = TRUE,na.strings = "NA")
>head(semente)

  melhorada tradicional
1      3.46        3.18
2      3.48        3.67
3      2.74        2.92
4      2.83        3.10
```

Leitura de ficheiros

Existem outras funções de leitura, semelhantes a `read.table()` , cujas diferenças residem no `separador` que é usado por omissão

`read.csv()` – separador decimal é ponto;
`read.csv2()` – separador decimal é vírgula

Escrita de ficheiros

Para escrever o conteúdo de um `data frame`, "x", num ficheiro "output.csv", compatível com o Excel, usa-se a função

```
>write.table(x,file="output.csv",sep=";",
  +  dec=".",row.names=FALSE)
```

Para escrever num ficheiro `.txt` compatível com o *Notepad* fazer

```
>write.table(x,file="output.txt",sep=","
    +  ,row.names=FALSE)
```

Funções e Programação em R

Funções em R

O R tem um vasto conjunto de funções já definidas, orientadas para o objecto

Estrutura:

```
>função(argumentos obrigatórios, argumentos opcionais)
```

- Exemplo de funções standard (já referimos algumas atrás)

  `abs() log() log10() sqrt() round(x,3)`
  `exp() sin() cos() tan() gamma() choose(n,k)`

- Funções de álgebra matricial

  `t(X)  nrow(X)  eigen(X)  solve(A,b)  det(X)`

Funções em R

- Funções estatísticas

```
mean()  median()  quantile(x,prob=p)
var()  sd() plot() barplot()
summary()  sample() hist()  boxplot()
predict()  lm()  aov()  t.test()
```

Mais adiante veremos mais ...

Criando uma função em R

- Uma função é definida por um nome, uma lista de argumentos separados por vírgulas e um bloco de instruções (corpo da função)

Expressão geral

```
>function(arguments) {
   comandos
    }
```

Criação de uma função em R

Exemplo Cálculo do coeficiente de variação de um vector de dados

```
>coef.var<- function(x) {
    cv<-sd(x)/mean(x)*100
    return(cv)
     }

>z<-c(2,4,6,2,4,8,9,1,3,2,7,8,3,2)
>coef.var(z)

[1] 0.621123
```

Estruturas de controlo

A função `for ( )` . Sintaxe

```
> for (indice  in sequencia) {
  expressão a executar
 }
```

Exemplo

```
> x<-c(2,4,6,2,4,8,9,1,3,2,7,8,3,2)
> soma<-0
> for (i in 1:length(x))
      {soma<-soma+x[i]}
> soma
```

Estruturas de controlo

A estrutura `if()`

```
>conta<-0
>xval<-rnorm(10)
>xval
>soma<-0

>for (i in 1:10)
{ >if (xval[i]<0) {conta<-conta+1}
            else
            {soma<-soma+xval[i]}
}
>conta;soma
>print(conta);print(soma)
```

Estatística Descritiva e Análise exploratória de dados

Análise exploratória de dados– Exemplo

- Consideremos os dados `InsectSprays` existente no *package* `datasets` do R.

```
>help(InsectSprays)
>data(InsectSprays)
>head(InsectSprays)

>str(InsectSprays)

'data.frame':   72 obs. of  2 variables:
 $ count: num  10 7 20 14 14 12 10 23 17 20 ...
 $ spray: Factor w/ 6 levels "A","B","C","D",..:...
```

A variável `Spray` é um factor com 6 níveis

Análise exploratória de dados–alguns conceitos básicos

População ou universo e Unidade Estatística
Variável: característica de interesse
Amostra: subconjunto da população ou conjunto de dados observados

A análise exploratória de dados tem como objectivo: organizar, sumariar, apresentar e extrair informação de um conjunto de dados.

As variáveis que interessa estudar podem ser de natureza qualitativa (nominal ou ordinal) ou de natureza quantitativa (discreta ou contínua)

Aos dados (matéria prima da Estatística Descritiva) costuma atribuir-se a mesma classificação, i.e. diz-se serem de natureza qualitativa (nominal ou ordinal) ou de natureza quantitativa (discreta ou contínua).

Análise exploratória de dados–alguns conceitos básicos

Os procedimentos que a Estatística Descritiva pode usar dependem da natureza dos dados.

Para os dados de natureza qualitativa os procedimentos habituais para o seu estudo descritivo são: usar tabelas de frequências, diagramas de barras e podendo ainda calcular-se a moda (se existir).

Para os dados de natureza quantitiva pode ser feito o seu estudo descritivo com tabelas de frequências e métodos gráficos: histogramas ou diagramas de barras e o cálculo de vários indicadores numéricos: média, mediana e quantis, moda, variância e desvio padrão, etc....

Análise exploratória de dados–voltemos ao exemplo

- Análise descritiva básica: função `summary()`

```
>summary(InsectSprays)

   count        spray
 Min.   : 0.00   A:12
 1st Qu.: 3.00   B:12
 Median : 7.00   C:12
 Mean   : 9.50   D:12
 3rd Qu.:14.25   E:12
 Max.   :26.00   F:12
```

- Análise descritiva básica por subgrupos: função `by()`

```
> by(InsectSprays$count,InsectSprays$spray,summary)
```

Análise exploratória de dados

```
InsectSprays$spray: A
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
   7.00   11.50   14.00   14.50   17.75   23.00
------------------------------
InsectSprays$spray: B
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
   7.00   12.50   16.50   15.33   17.50   21.00
------------------------------
InsectSprays$spray: C
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  0.000   1.000   1.500   2.083   3.000   7.000
------------------------------
InsectSprays$spray: D
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
  2.000   3.750   5.000   4.917   5.000  12.000
...
```

Análise exploratória de dados–tabelas

Utilização de indexação

```
>summary(InsectSprays[InsectSprays$count>10,])
```

```
     count        spray
 Min.   :11.00   A: 9
 1st Qu.:13.00   B:11
 Median :16.00   C: 0
 Mean   :16.68   D: 1
 3rd Qu.:20.00   E: 0
 Max.   :26.00   F:10
```

Alternativamente pode usar-se o comando `subset()`

```
>summary(subset(InsectSprays,count>10))
```

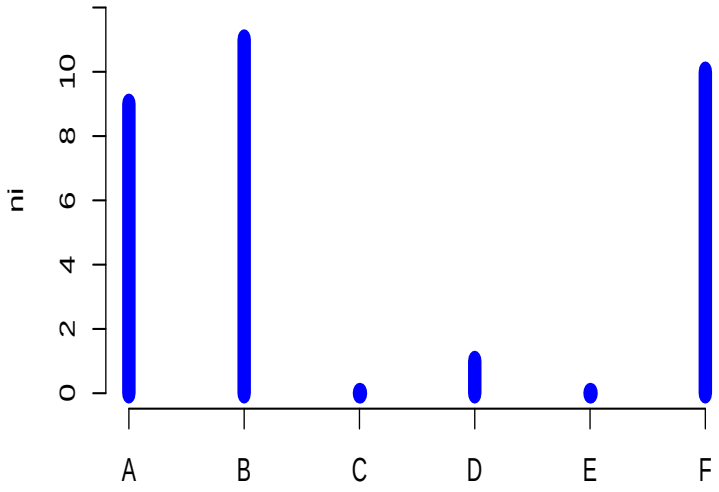
Análise exploratória de dados–tabelas

Tabela de frequências - se variável qualitativa ou quantitativa discreta com poucos valores distintos

```
> parte.dados<-subset(InsectSprays,count>10)

> head(parte.dados)
  count spray
3    20     A
4    14     A
5    14     A
6    12     A
8    23     A
9    17     A
```

Análise exploratória de dados–tabelas

```
> ni<-table(parte.dados$spray) #freq. absoluta
> fi<-ni/sum(ni)
> fi.ar<-round(fi,3)

> cbind(ni,fi,fi.ar)
  ni         fi    fi.ar
A  9  0.29032258   0.290
B 11  0.35483871   0.355
C  0  0.00000000   0.000
D  1  0.03225806   0.032
E  0  0.00000000   0.000
F 10  0.32258065   0.323
```



Análise exploratória de dados–tabelas

Vamos considerar todas as contagens da *dataframe* InsectSprays

Tabela de frequências - variável quantitativa

```
> table(InsectSprays$count)

 0  1  2  3  4  5  6  7  9 10 11 12 13 14 15 16 17 19 20 21 22
 2  6  4  8  4  7  3  3  1  3  3  2  4  4  2  2  4  1  2  2  1
```

A variável count do `data frame` `InsectSprays` é discreta mas como vemos apresenta muitos valores distintos. Neste caso, a tabela não tem interesse e tal como se faz com uma variável contínua, a construção de uma tabela de frequências para sumariar os dados obtém-se com recurso ao comando `hist()`.

Os dados vão ser agrupados em classes (uso da Regra de Sturges) ou de classes por nós definidas.

```
> ?hist
```

Análise exploratória de dados–tabelas

```
> attach(InsectSprays)
> hist(count,plot=F) #devolve uma lista

$breaks
[1]  0  5 10 15 20 25 30
$counts
[1] 31 10 15  9  5  2
$density
[1] 0.086111111 0.027777778 0.041666667 0.025000000 0.013888889 0.005555556
$mids
[1]  2.5  7.5 12.5 17.5 22.5 27.5
$xname                    $equidist          attr(,"class")
[1] "count"               [1] TRUE          [1] "histogram"
```

Análise exploratória de dados–histogramas

O resultado da função `hist(count,plot=F)` é então uma `List` com as seguintes componentes

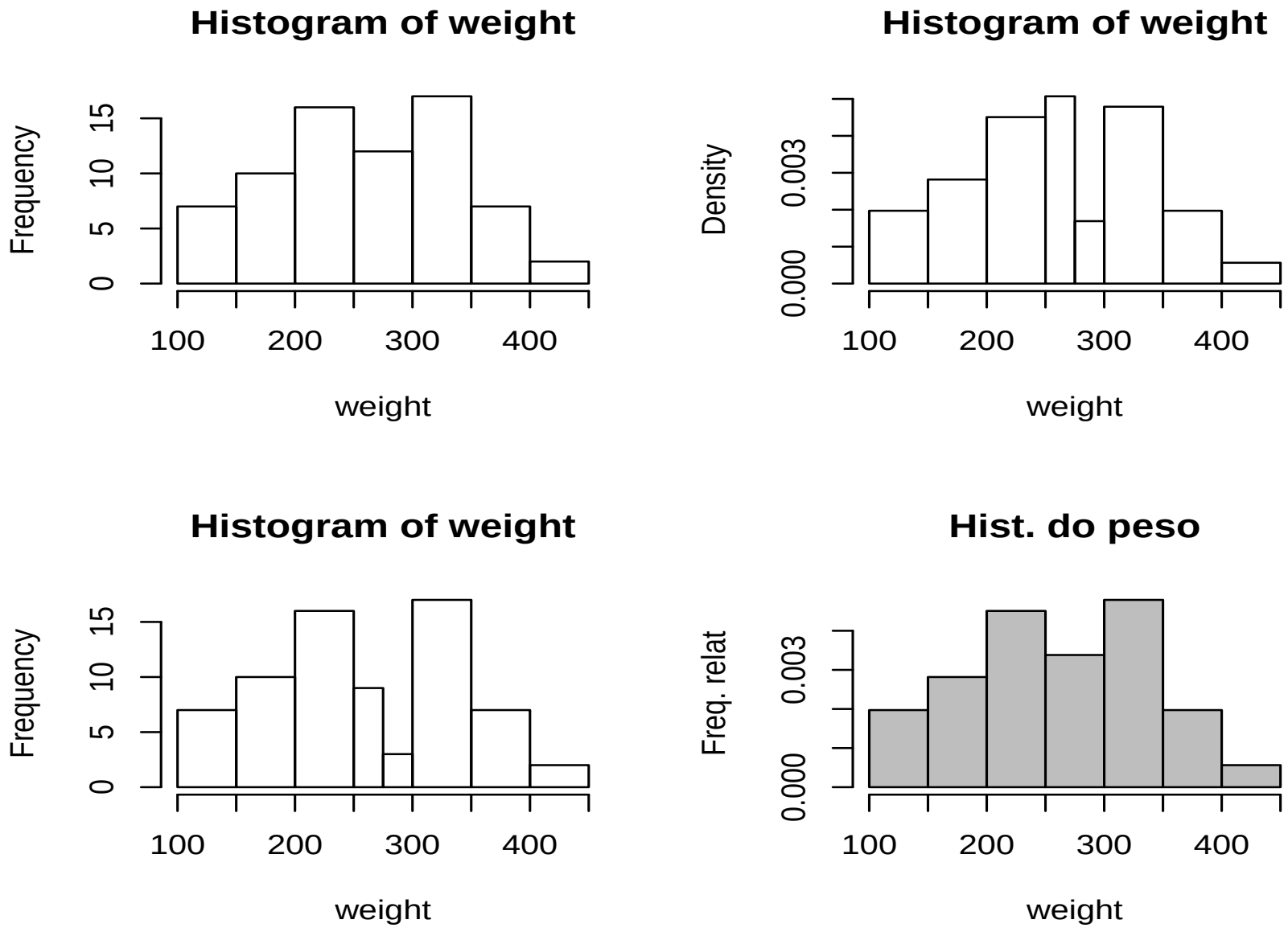
`breaks` - limites das classes
`counts` - frequência absoluta de cada classe
`density` - (frequência relativa) / (amplitude de cada classe)
`mids` - ponto médio de cada classe
`equidist` - lógico que indica se as classes têm ou não amplitude constante

Análise exploratória de dados–histogramas

Nota: se as classes têm amplitude variável, a altura de cada rectângulo é a frequência relativa/amplitude da classe - feito por omissão, no R

```
> data(chickwts)
> head(chickwts)
> par(mfrow=c(2,2))   # permite representar 4 gráficos
> hist(weight,breaks=
+    c(seq(100,250,50),275,seq(300,450,50)))
+    #comparar as alturas das classes 3 e 4
> hist(weight, freq=T,breaks=
+    c(seq(100,250,50),275,seq(300,450,50))) $#$mensagem
> hist(weight,col="grey",main="Hist. do peso",
+    freq=F,ylab="Freq. relat")
```

Análise exploratória de dados



Análise exploratória de dados–Indicadores

Indicadores de forma: coeficientes de assimetria e de achatamento.
Necessita do package `fBasics`

```
>library(fBasics)
> x <- weight
> skewness(x) #coeficiente de assimetria
[1] -0.01136593
attr(,"method")
[1] "moment"
> kurtosis(x) #coeficiente de achatamento
[1] -0.9651994
attr(,"method")
[1] "excess"
```

Análise exploratória de dados–indicadores

```
>basicStats(x) #do package fBasics
```

```
> basicStats(x)
nobs            71.000000
NAs              0.000000
Minimum        108.000000
Maximum        423.000000
1. Quartile    204.500000
3. Quartile    323.500000
Mean           261.309859
Median         258.000000
Sum          18553.000000
SE Mean          9.265644
LCL Mean       242.830116
UCL Mean       279.789602
Variance      6095.502616
Stdev           78.073700
Skewness        -0.011366
Kurtosis        -0.965199
```

Visualização de dados no R – Gráficos

O R permite uma grande variedade de gráficos, ver

```
>demo(graphics)
>demo(persp)
```

Os comandos para criar gráficos dividem-se em dois grandes grupos:

- funções gráficas de alto nível - permitem criar um novo gráfico;
- funções gráficas de baixo nível - permitem acrescentar informação a um gráfico existente.

Gráficos no R com `plot()`

`plot(tab)` – produz um gráfico com barras se tab é uma tabela associada a um vector numérico

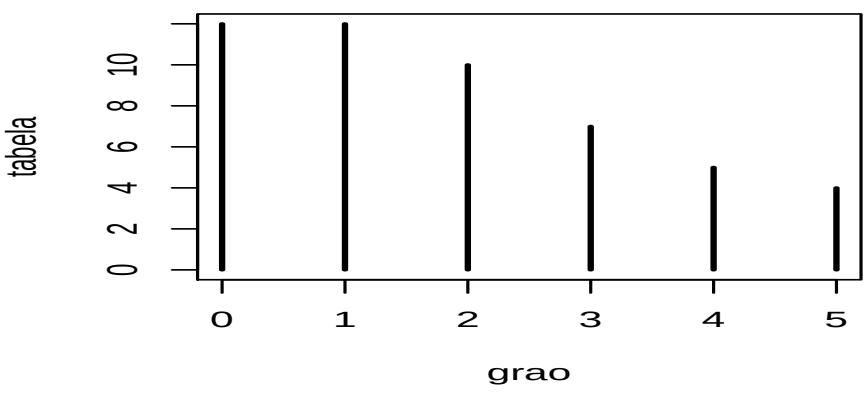
```
>grao<-c(1,2,0,0,1,4,2,5,1,1,5,0,2,2,3,2,1,0,0,3,3,3,
2,2,5,5,0,3,1,0,0,1,1,2,0,4,1,4,0,3,4,2,3,1,1,0,2,0,4,1)
>tabela<-table(grao)
>par(mfrow=c(2,2))
>plot(tabela)
```

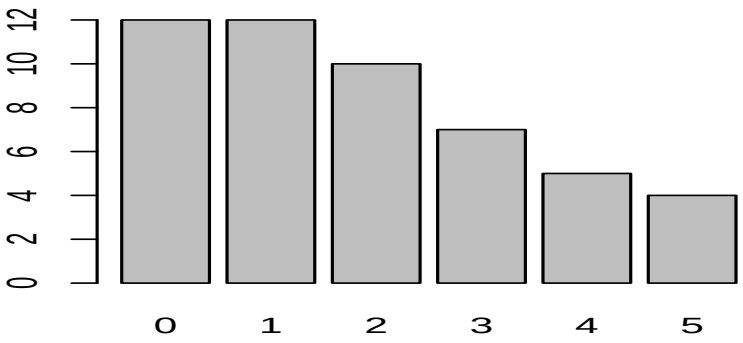
Um outro gráfico também com barras, mas que pode ser usado quando se tem um vector não numérico é o `barplot()` . Vamos desenhá-lo para os mesmos dados

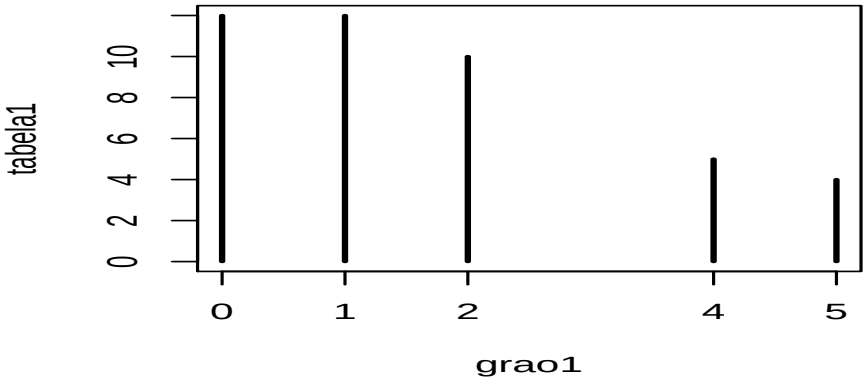
```
>barplot(tabela)  #Note a diferença no gráfico
>grao1<-c(1,2,0,0,1,4,2,5,1,1,5,0,2,2,2,1,0,0,
  2,2,5,5,0,1,0,0,1,1,2,0,4,1,4,0,4,2,1,1,0,2,0,4,1)
>tabela1<-table(grao1)
>plot(tabela1)
>barplot(tabela1)
```

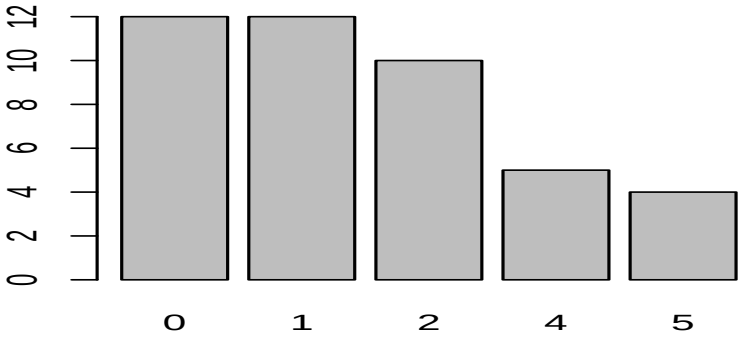
Gráficos no R

Gráficos com `plot()` e `barplot()`– veja a diferença





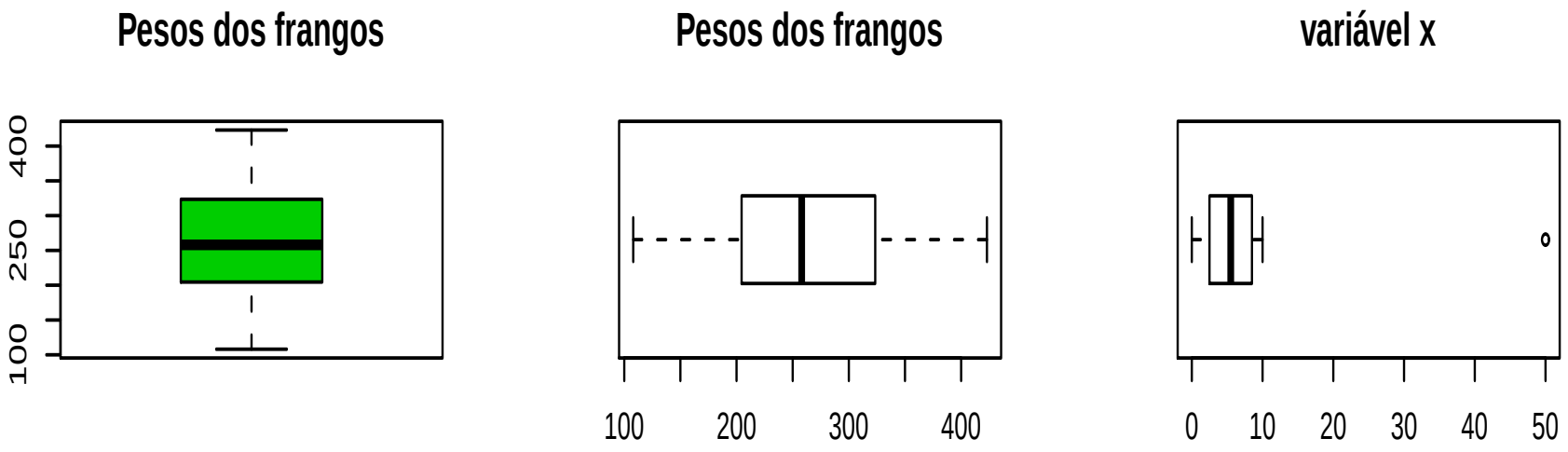




Gráficos no R–o `boxplot()`

A "Caixa de bigodes"– `b`**oxplot()**

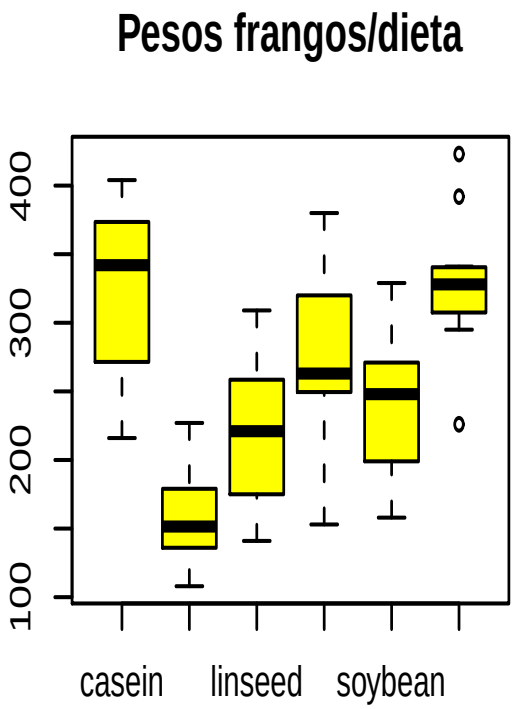
```
> par(mfrow=c(1,3))
> boxplot(weight, main="Pesos dos frangos",col=3)
> boxplot(weight, main="Pesos dos frangos",horizontal=T)
> x <- c(0:10, 50)
> boxplot(x,horizontal=TRUE,main="variável x") # observar outli
```

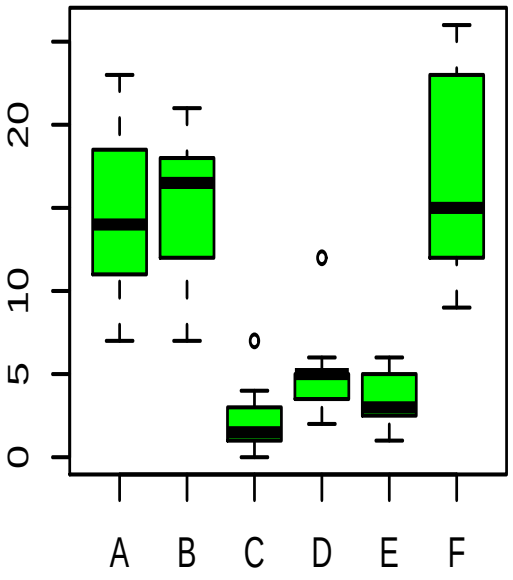


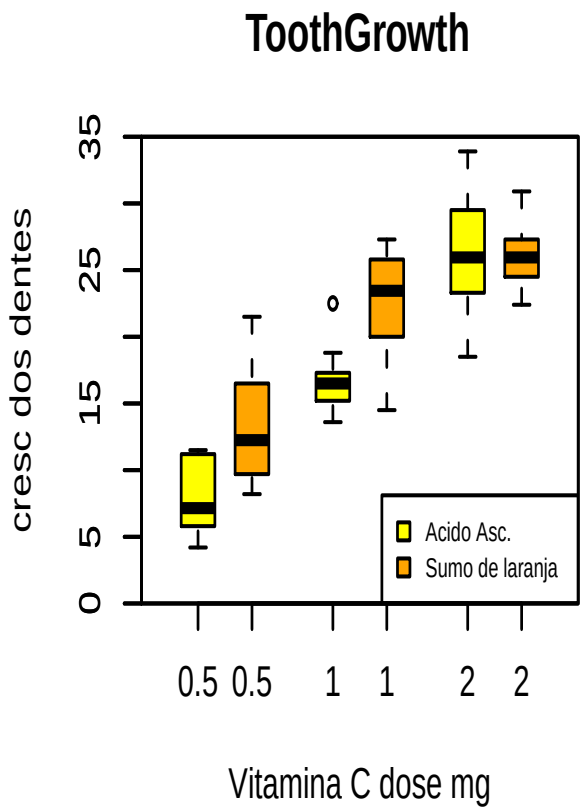
“Caixas de bigodes” paralelas

```
>par(mfrow=c(1,3))
>boxplot(weight~feed, main="Pesos frangos/dieta",col = "yellow")
>boxplot(count~spray,  col = "green",data=InsectSprays)
>boxplot(len ~ dose, data = ToothGrowth,
+       boxwex = 0.25, at = 1:3 - 0.2,
+       subset = supp == "VC", col = "yellow",
+       main = "ToothGrowth",
+       xlab = "Vitamina C dose mg",
+       ylab = "cresc dos dentes",
+       xlim = c(0.5, 3.5), ylim = c(0, 35), yaxs = "i")
>boxplot(len ~ dose, data = ToothGrowth, add = TRUE,
+       boxwex = 0.25, at = 1:3 + 0.2,
+       subset = supp == "OJ", col = "orange")
>legend("bottomright", c("Acido Asc.", "Sumo de laranja"),
+      fill = c("yellow", "orange"),cex=0.6)
```

Gráficos no R







Análise exploratória de dados bivariados

Consideremos o `data frame`

```
>data(cars)
>head(cars)
```

Covariância e coeficiente de correlação

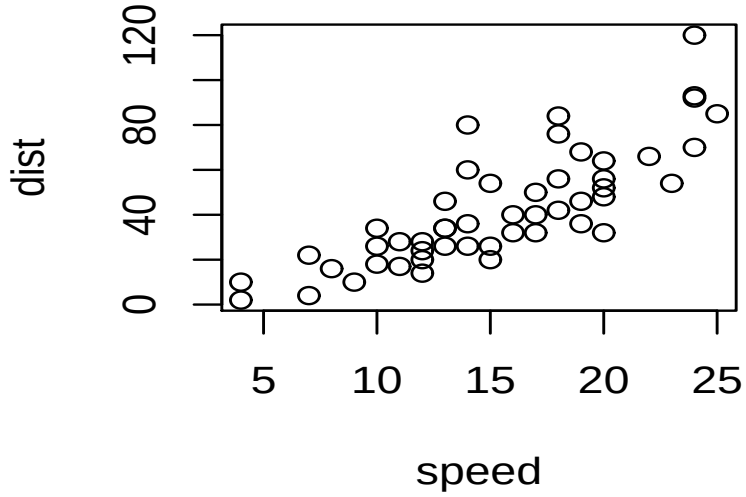
```
>attach(cars)
>cov(speed,dist)
>cor(speed,dist) # coeficiente de correlação de Pearson.
```

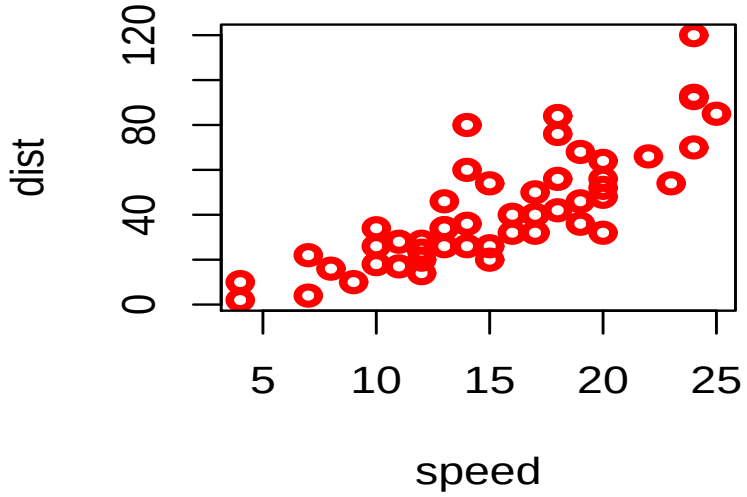
```
[1] 109.9469
[1] 0.8068949
```

Gráficos para dados bivariados

Se dispomos de uma amostra bivariada (x_i, y_i), o comando `plot(x,y)` ou `plot(y ~ x)` produzem um diagrama de dispersão de y *vs* x.

```
>par(mfrow=c(1,2))
>plot(dist ~ speed, data=cars)
                # ou plot(cars$speed,cars$dist)
>plot(dist ~ speed, data = cars,col="red",lwd=3)
```





Funções gráficas de baixo nível

- as funções `points(x,y)` e `lines(x,y)` permitem acrescentar, respectivamente, pontos e pontos ligados por linhas;
- a função `abline(a,b)` acrescenta uma recta de declive `b` e ordenada na origem `a`;
- as funções `abline(v=x)` e `abline(h=y)` permitem adicionar rectas verticais (de abcissa x) e horizontais (de ordenada y), respectivamente;
- a função `legend (title)` permite acrescentar uma legenda (título) ao gráfico.
- a função `text(x,y,"dist.vel")` permite escrever texto na coordenada `(x,y)`.

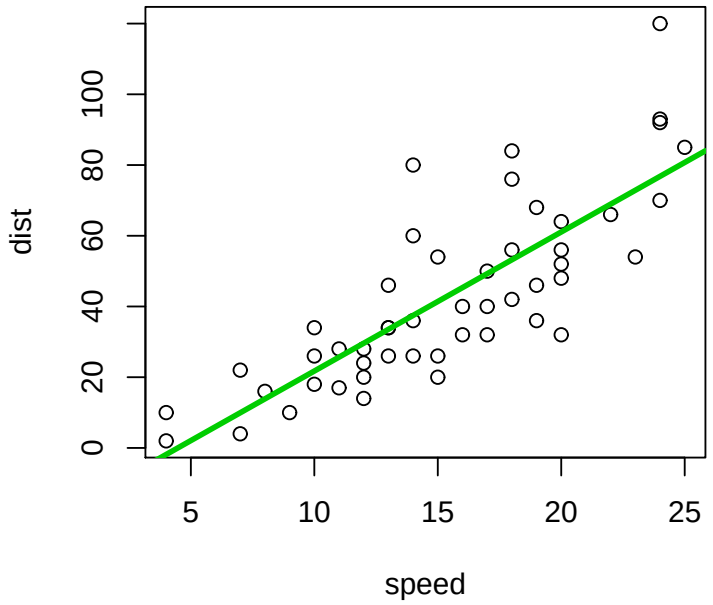
O modelo de regressão linear simples

No R o modelo de regressão linear simples utiliza as funções:
`lm(y~x)` ou `lm(y~1+x)`

```
> cars.lm <- lm(dist ~ speed)
> coef(cars.lm)

 (Intercept)       speed
 -17.579095    3.932409

> fitted(cars.lm)[1:5]
> predict(cars.lm, newdata = data.frame(speed = c(6, 8, 21)))

        1         2         3         4         5
-1.849460 -1.849460  9.947766  9.947766 13.880175

        1         2         3
 6.015358 13.880175 65.001489
```

O modelo de regressão linear simples

```
> summary(cars.lm)

Call:
lm(formula = dist ~ speed)
Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-29.069  -9.525  -2.272   9.215  43.201
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -17.5791     6.7584  -2.601   0.0123 *
speed         3.9324     0.4155   9.464 1.49e-12 ***

Residual standard error: 15.38 on 48 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6511,     Adjusted R-squared: 0.6438
F-statistic: 89.57 on 1 and 48 DF,  p-value: 1.490e-12
```

Gráficos no R

```
>plot(speed,dist)
>abline(cars.lm,col=3,lwd=3)
```